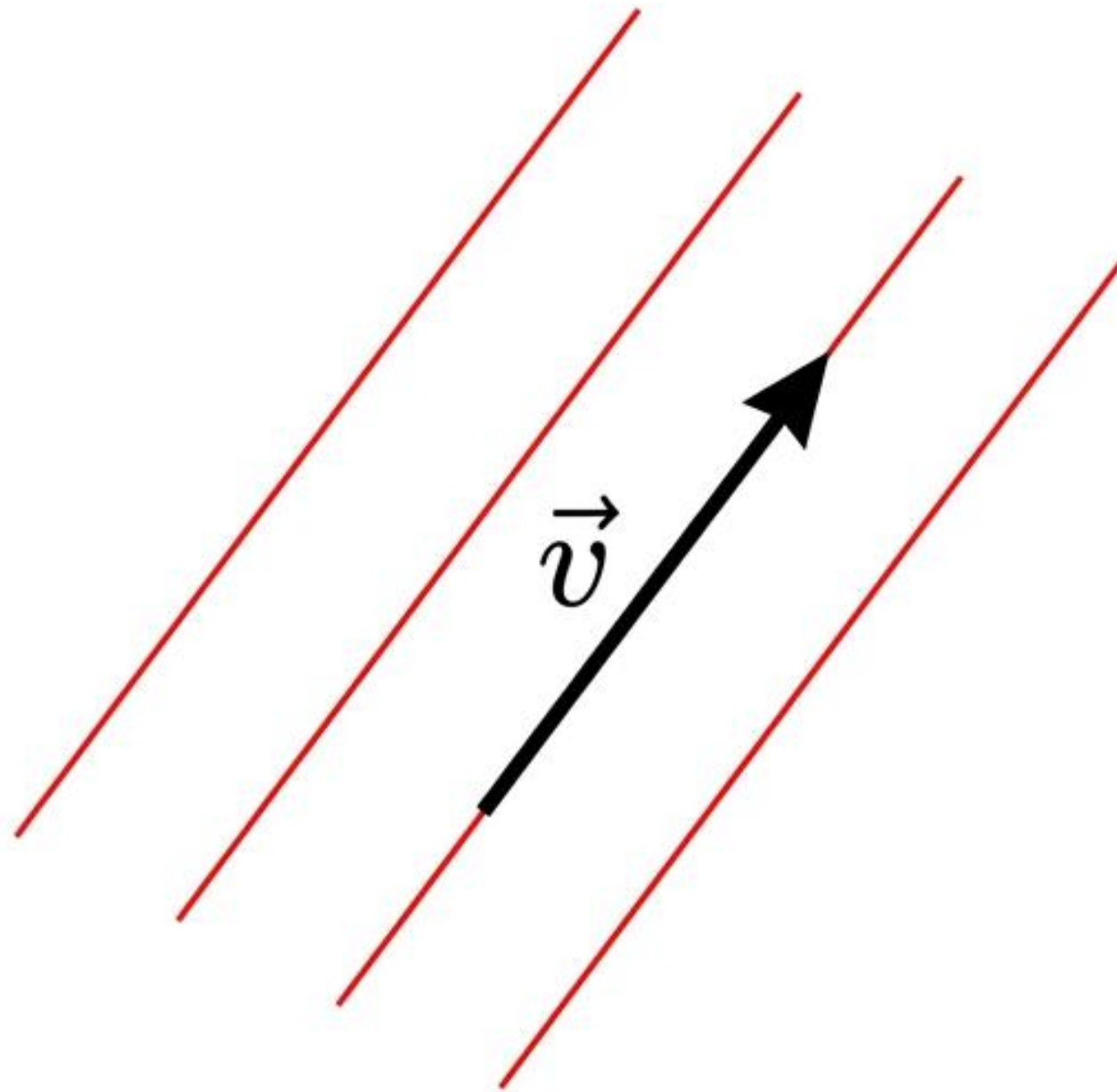


Vettori

Operazioni e metodologie grafiche (Metodo Punta-Coda e Regola del Parallelogramma)



Vettori

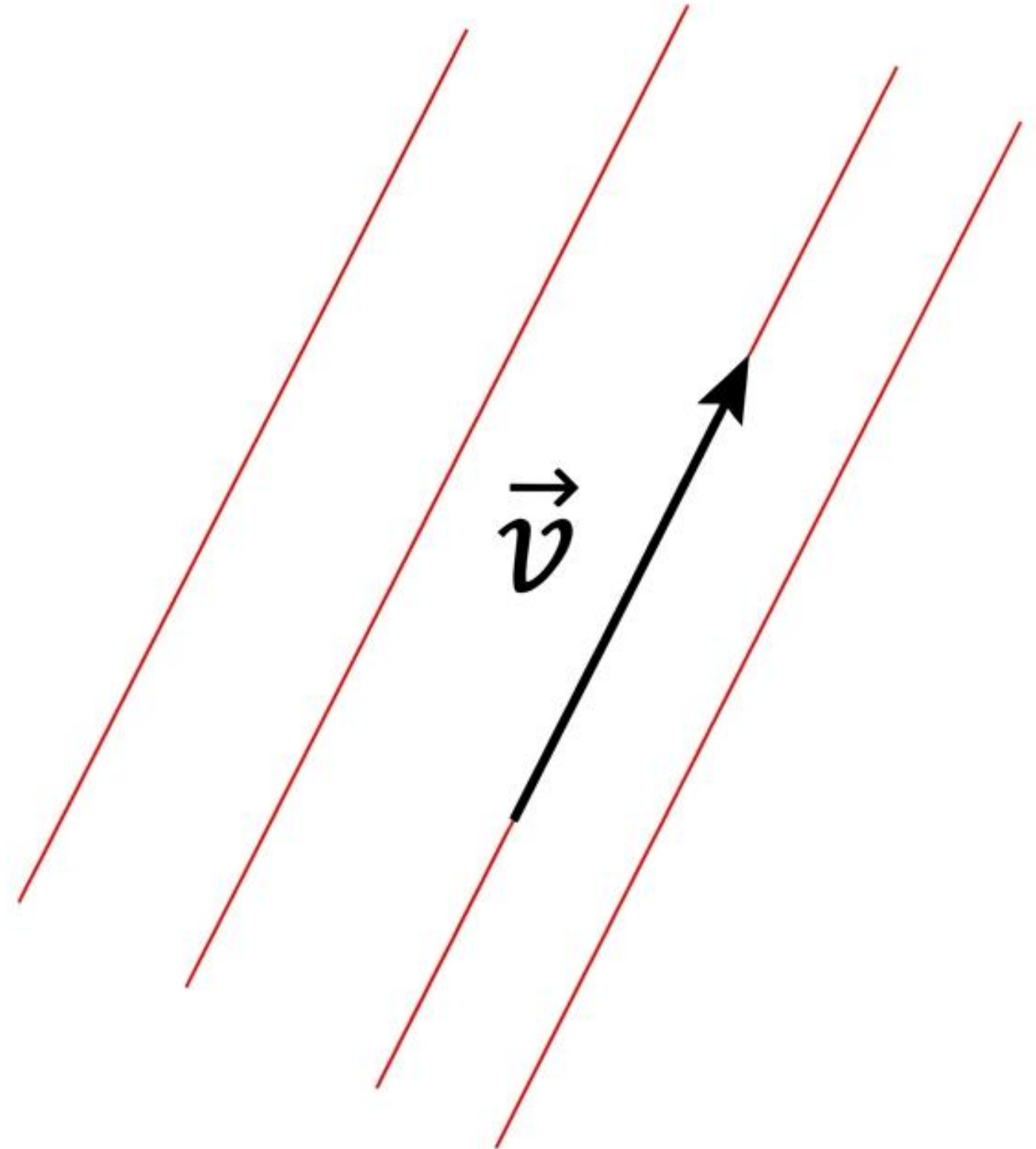
Una **grandezza vettoriale** è caratterizzata da un modulo, una direzione ed un verso.

Si rappresenta graficamente con un segmento orientato, dotato di una punta e di una coda.

- 1) **Modulo**: Il modulo è legato alla lunghezza del segmento che rappresenta il vettore.
- 2) La **direzione** è individuata dal fascio di rette parallele alla retta che contiene il segmento che rappresenta il vettore.
- 3) Il **verso** è individuato dalla punta e dalla coda del vettore.

Esempi di grandezze vettoriali sono lo spostamento, la posizione, la velocità, l'accelerazione, la forza etc.

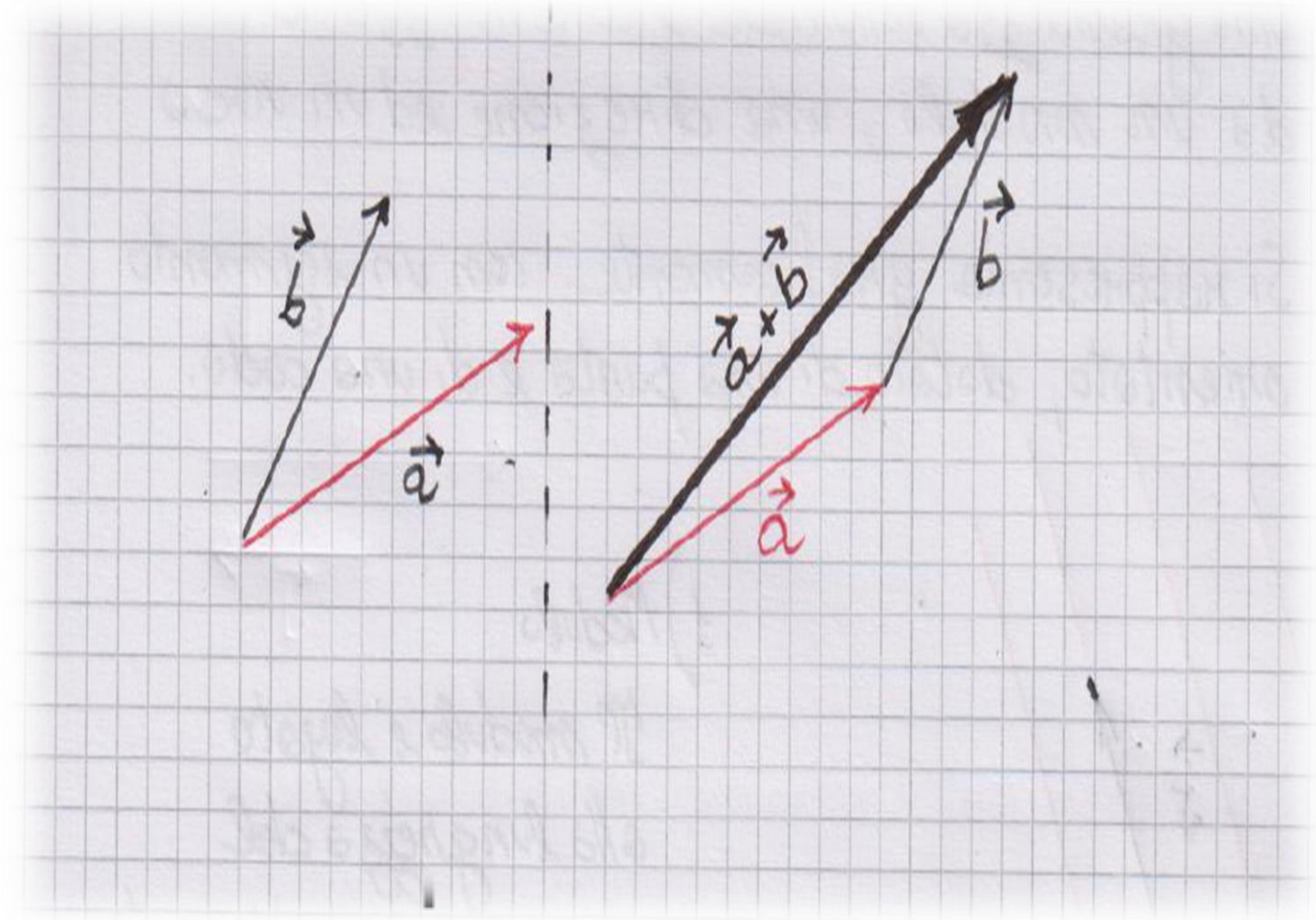
Come sommare due vettori: il metodo punta-coda e la regola del parallelogramma.



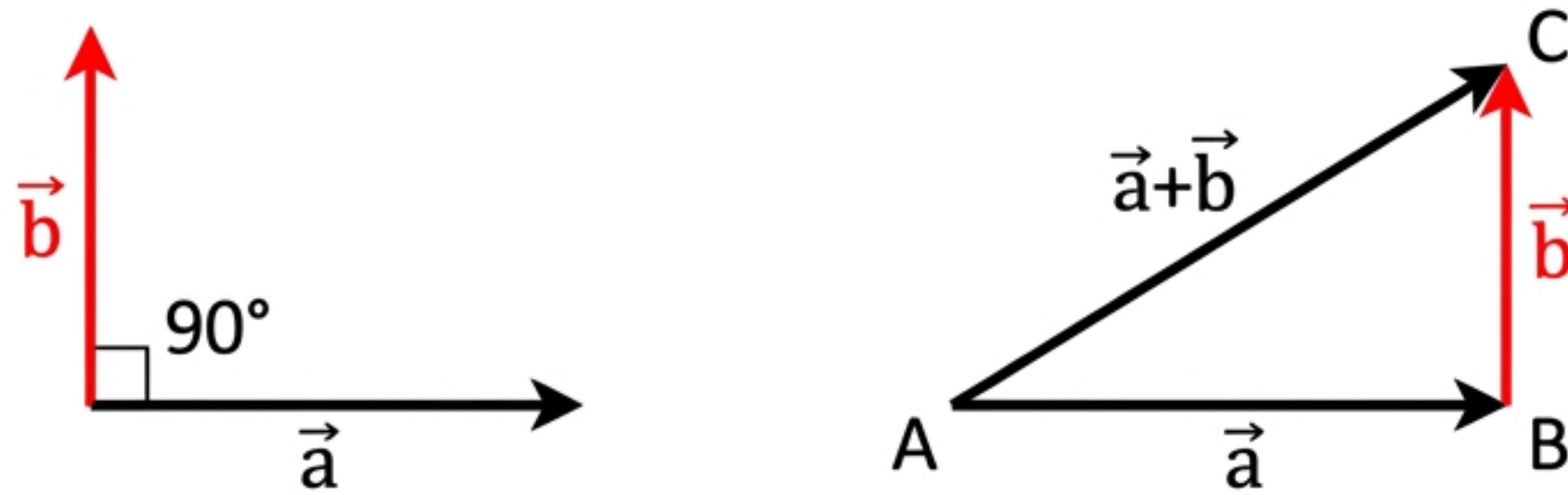
Metodo Punta Coda

Supponiamo di voler sommare graficamente i vettori in figura $\vec{a}$ e $\vec{b}$

- Ridisegniamo il vettore $\vec{a}$ inalterato
- Con uno spostamento rigido, spostiamo il vettore $\vec{b}$, lasciando pertanto inalterata la sua direzione, fino a far coincidere la sua coda con la punta del vettore $\vec{a}$
- Si ottiene così una spezzata, i cui estremi saranno la coda del vettore $\vec{a}$ e la punta del vettore $\vec{b}$
- Unendo gli estremi della spezzata ed orientando il segmento nascente verso $\vec{b}$ si ottiene il vettore somma



Caso particolare in cui i due vettori formano angoli di 90°



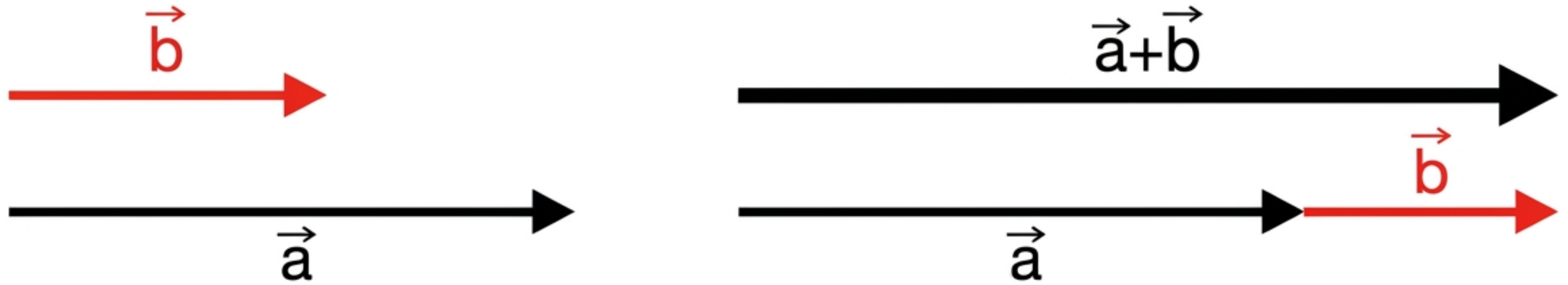
Nel caso in cui i due vettori formino un angolo di 90° , operando col metodo punta coda, si ottiene un triangolo rettangolo ABC, in cui le misure dei due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$, i moduli, rappresentano i cateti, mentre il vettore somma $\vec{a} + \vec{b}$ ha un modulo pari all'ipotenusa del triangolo ABC. È possibile applicare il teorema di Pitagora scrivendo:

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2}$$

Per semplificare la notazione indicando con $|\vec{a}|=a$ e $|\vec{b}|=b$ e $|\vec{a} + \vec{b}|=s$ si ha

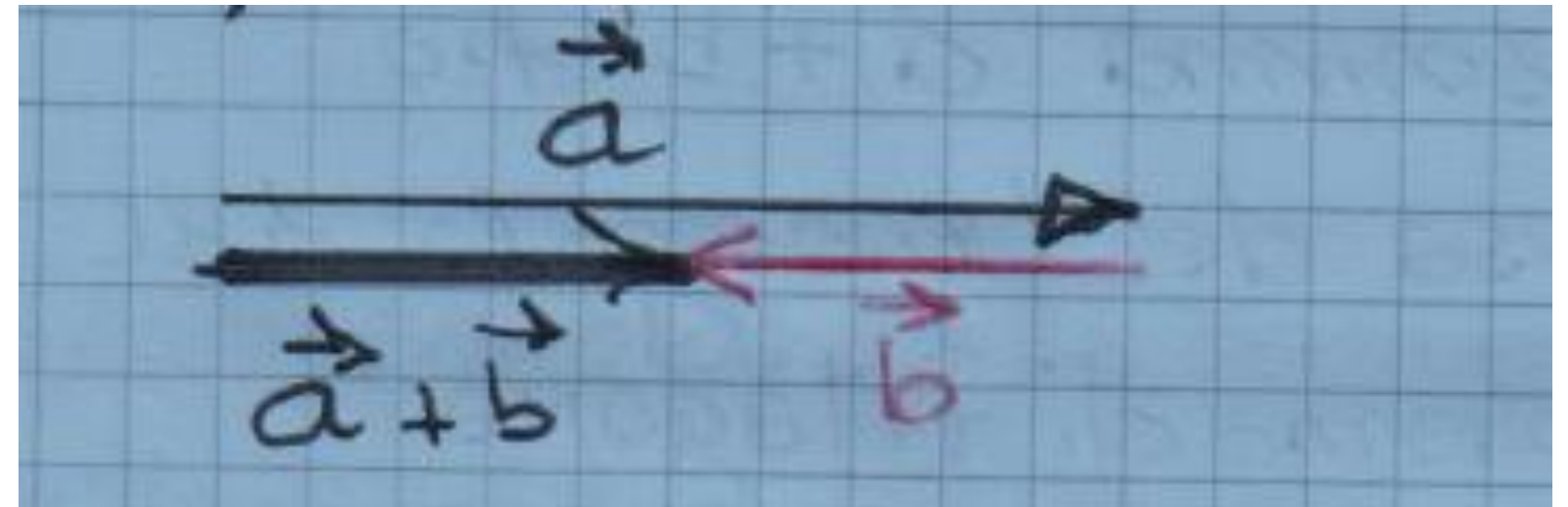
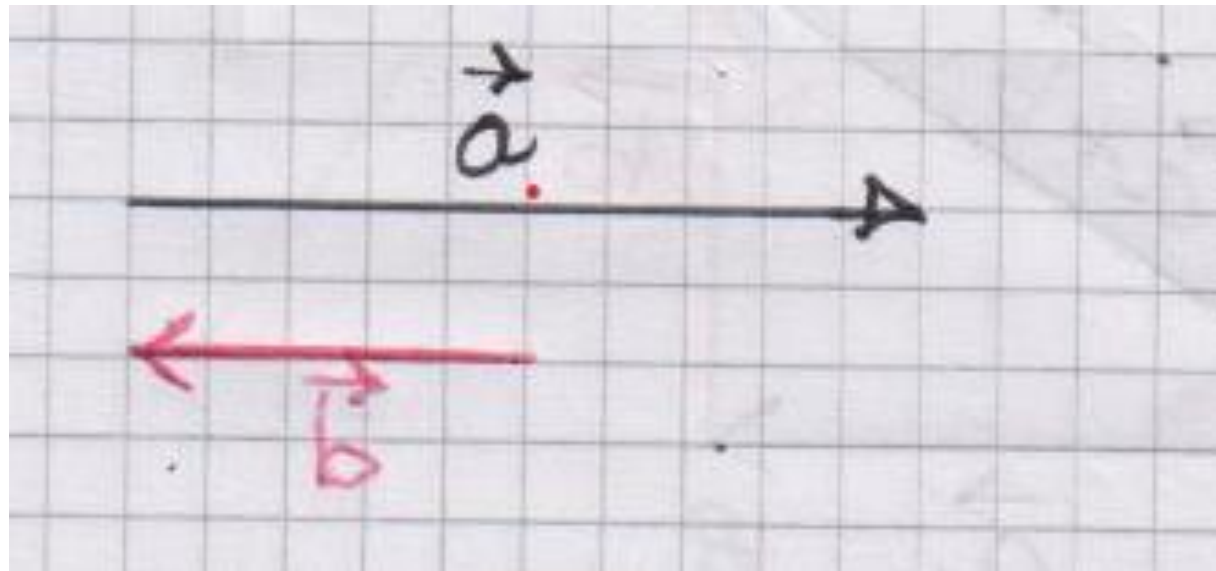
$$s = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Casi particolari: Somma di due vettori aventi stessa direzione e stesso verso



In questa particolare situazione il modulo del vettore somma è uguale alla somma algebrica dei moduli dei singoli vettori

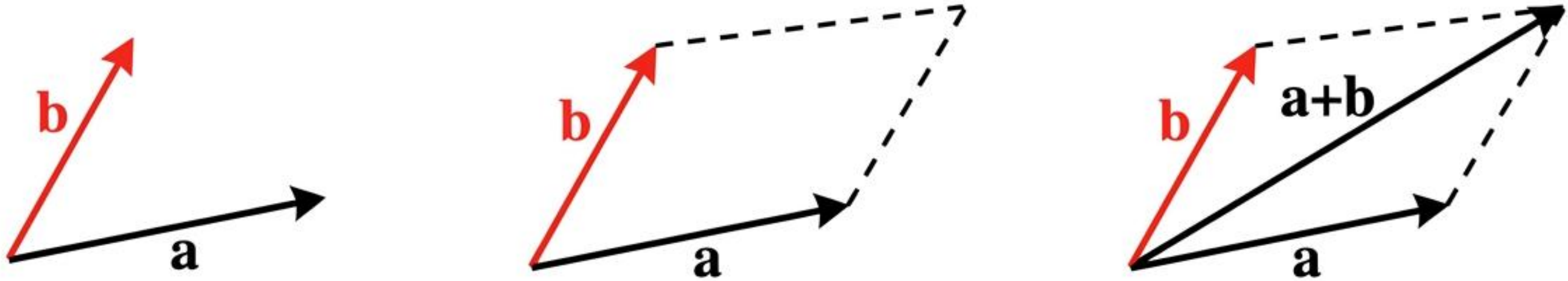
Somma di due vettori aventi stessa direzione diverso modulo e verso opposto



Supponiamo di voler sommare i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ in figura. Con uno spostamento rigido portiamo il vettore $\vec{b}$ fino a far coincidere la sua coda con la punta del vettore $\vec{a}$. Il vettore somma è quello disegnato con tratto spesso:

1. Il suo modulo sarà pari alla differenza dei moduli.
2. La sua direzione sarà quella dei due vettori di partenza.
3. Il suo verso coinciderà col verso del vettore di modulo maggiore.

Somma di Due Vettori: Regola del Parallelogramma

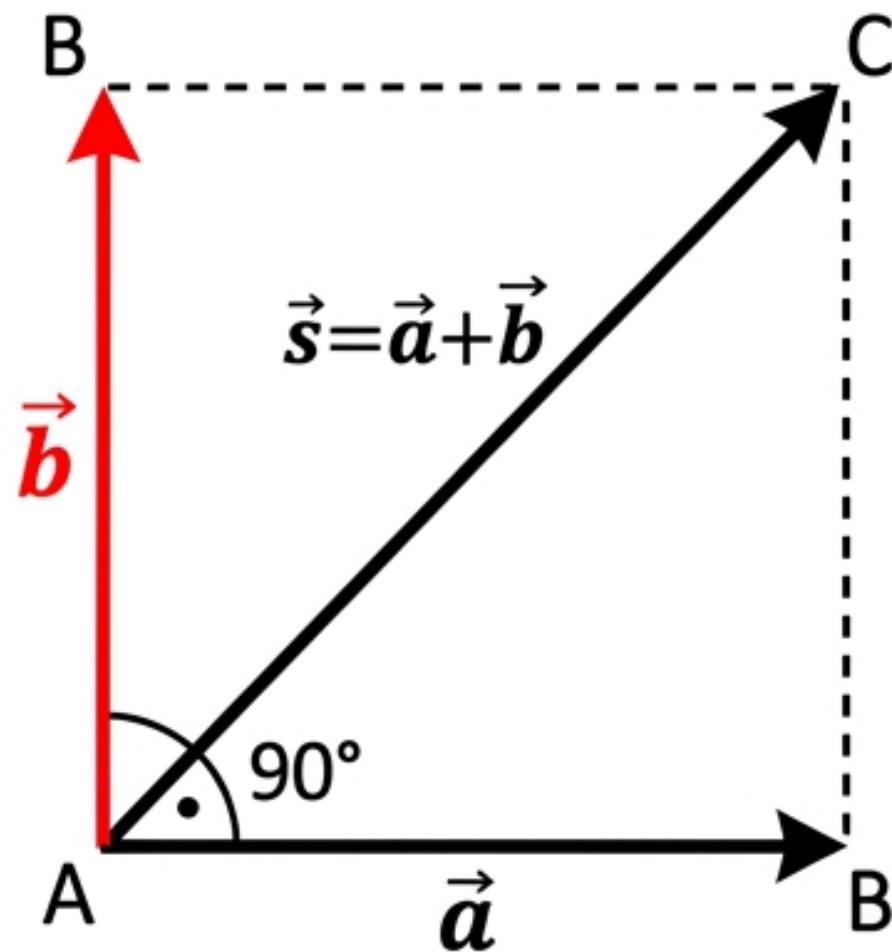


Due vettori - oltre che col metodo punta-coda, si sommano anche con la regola del parallelogramma.

Come si opera:

1. Si costruisce un parallelogramma avente come lati i segmenti che formano i vettori (figura 2)
2. Una delle diagonali del parallelogramma, il segmento avente come estremo le code dei due vettori, opportunamente orientato, costituisce il vettore somma

Caso Particolare - I Vettori Formano Un Angolo Di 90°



Ipotesi: i due vettori $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$ formano un angolo di 90°

Nel caso particolare in cui l'angolo formato dalle direzioni dei due vettori sia pari a 90° è possibile calcolare il modulo del vettore risultante, somma dei due vettori, tramite il teorema di Pitagora.

Il triangolo ABC è rettangolo per costruzione. Il modulo del vettore somma coincide con la misura della diagonale del triangolo ABC, mentre le misure dei due cateti AB e BC coincideranno rispettivamente col modulo del vettore $\mathbf{a}$ e con quello del vettore $\mathbf{b}$. Applicando il teorema di Pitagora è possibile scrivere:

$$|\vec{s}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2}$$

Differenza di Due Vettori

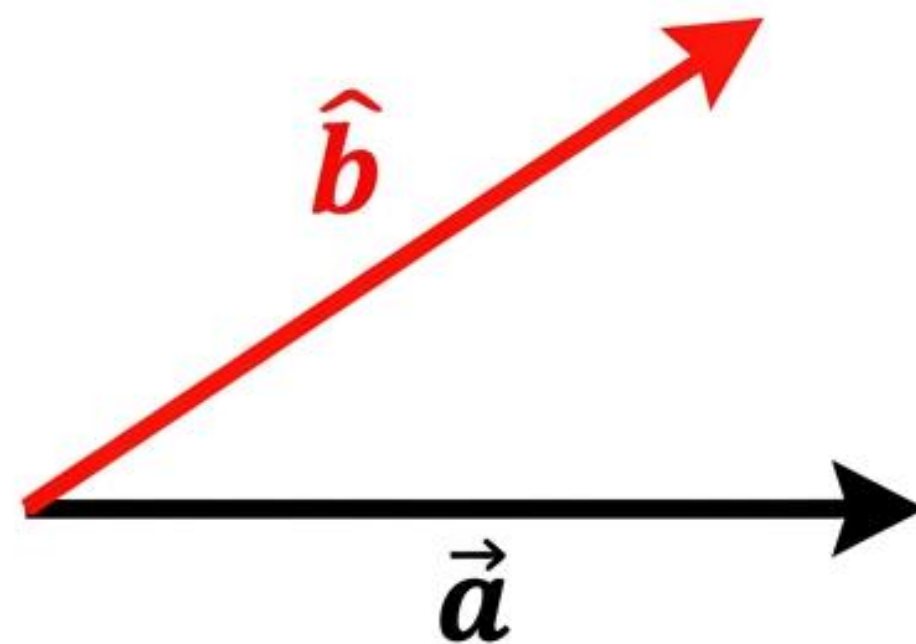
Obiettivo: vogliamo ottenere graficamente il vettore differenza $\vec{a} - \hat{b}$

È possibile riguardare il vettore differenza $\vec{a} - \hat{b}$ come la somma del vettore $\vec{a}$ e del vettore $-\hat{b}$.

In simboli:

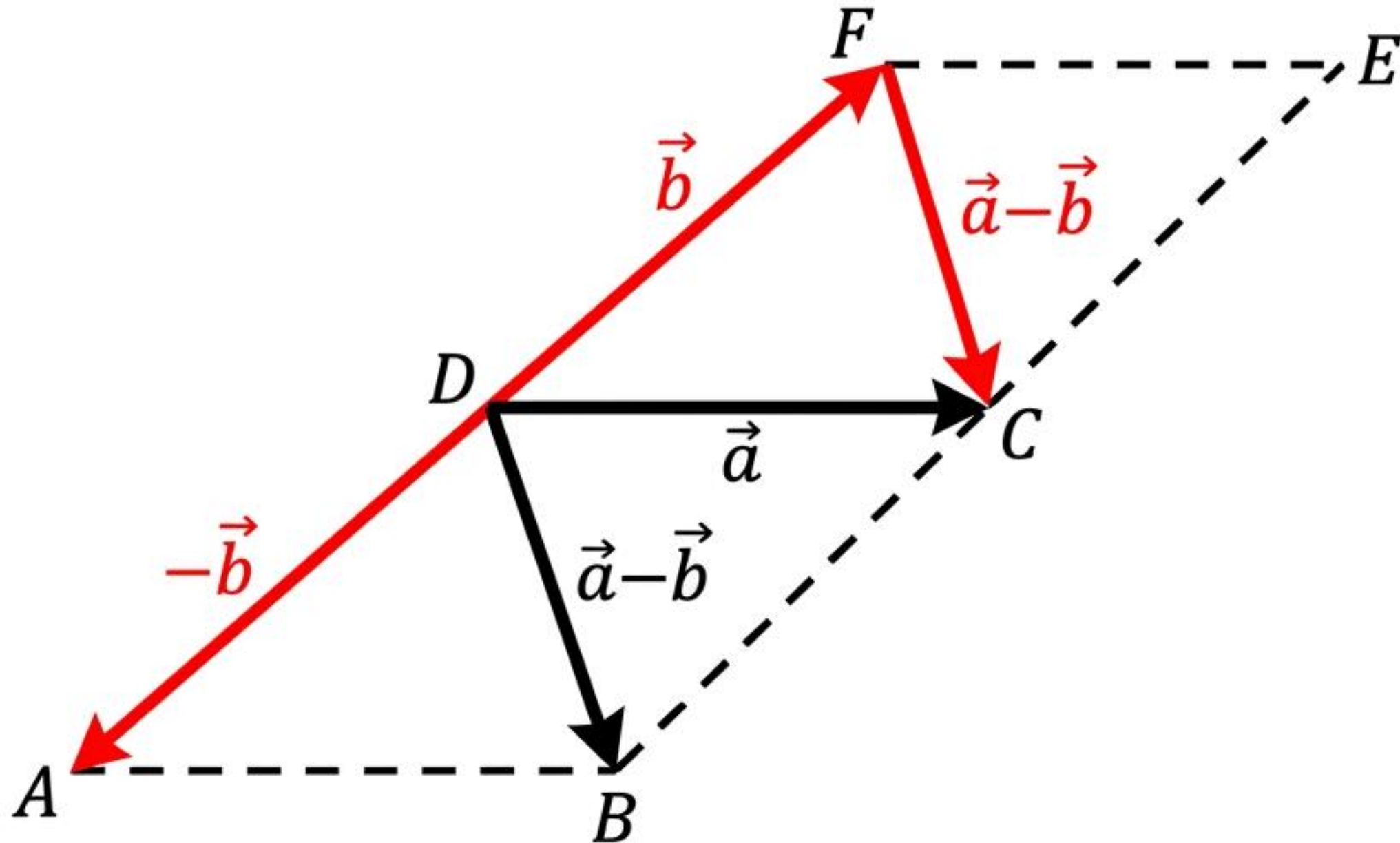
$$\vec{a} - \hat{b} = \vec{a} + (-\hat{b})$$

Il vettore $-\hat{b}$ ha lo stesso modulo del vettore $\hat{b}$, la stessa direzione ma verso opposto.



Costruzione Grafica della Differenza

È possibile riguardare il vettore differenza $\vec{a} - \vec{b}$ come la somma del vettore $\vec{a}$ e del vettore $-\vec{b}$.



Analisi Grafica della Differenza

D'altra parte, i due parallelogrammi ABCD e AEF, per costruzione sono uguali.

È possibile scrivere $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{FC}$

In ultima analisi, da un punto di vista grafico, il vettore differenza $\vec{a} - \vec{b}$:

- SI OTTIENE UNENDO LE PUNTE DEI DUE VETTORI ORIGINARI $\vec{a}$ e $\vec{b}$
- La punta del vettore differenza è orientata verso $\vec{a}$, ovvero verso il vettore che compare per primo nell'operazione di differenza

