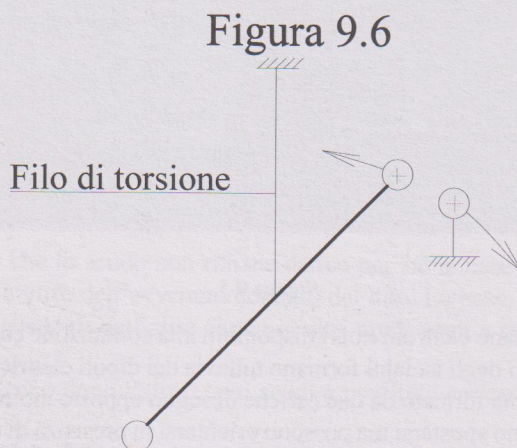


in plastica e la giacca di lana che indossate. Strofinando energicamente la penna sulla giacca ed avvicinando poi la penna ad un piccolo pezzettino di carta, ci si accorge che la carta è attratta dalla penna proprio in virtù dei fenomeni descritti.

9.1.9 LA LEGGE DI COULOMB

La legge di Coulomb prende il nome dallo scienziato Francese Coulomb vissuto fra il 1736 ed il 1806.

Coulomb scoprì il legame fra la forza elettrica esercitata fra due cariche, l'intensità delle cariche stesse e la loro distanza servendosi di una bilancia, detta bilancia di torsione.



La forza elastica dovuta alla torsione del filo bilancia la forza elettrica fra le cariche. Misurando la forza elastica è possibile conoscere anche l'intensità della forza elettrica.

Date due cariche puntiformi q_1 e q_2 , le forze F_{12} ed F_{21} esercitate rispettivamente dalla carica q_1 sulla carica q_2 e dalla carica q_2 sulla carica q_1 , per il principio di azione e reazione di Newton, hanno la stessa intensità, e posseggono le seguenti caratteristiche:

La loro direzione è quella della retta che congiunge le due cariche puntiformi.

Il loro verso è tale da produrre un'attrazione fra le cariche se sono di segno opposto ed una repulsione se sono dello stesso segno.

Il loro modulo è direttamente proporzionale a ciascuna delle cariche e quindi al loro prodotto, $F \propto q_1 q_2$, ed inversamente proporzionale al quadrato della distanza fra le cariche, $F \propto \frac{1}{r^2}$.

In definitiva, in termini matematici si ha:

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Relazione 9.1

Dove la costante k , nel vuoto, ha il seguente valore:

$$K = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

Relazione 9.2

L'unità di misura della carica elettrica è il Coulomb ed è ricavata dall'unità di misura dell'intensità di corrente che è l'ampere, che nel sistema internazionale è una grandezza fondamentale. Per definire il Coulomb è pertanto necessario definire prima l'Ampere.

È possibile comunque dire che una carica ha un valore di un Coulomb quando attira o respinge un'altra carica uguale, posta a un metro di distanza, nel vuoto, con una forza di 9×10^9 N.

In definitiva è possibile enunciare sinteticamente la legge di Coulomb in questo modo:

Due cariche puntiformi si attraggono o si respingono, in funzione dei segni, con una forza direttamente proporzionale alle singole cariche e quindi al loro prodotto ed inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza.

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Nel vuoto si ha $K = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

Esercizio 9.1

Si calcoli la forza esercitata fra due cariche puntiformi di un Coulomb poste alla distanza di un metro

Soluzione

Applichiamo la legge di Coulomb, si ha:

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \cong 9 \times 10^9 \frac{1 \times 1}{1^2} = 9 \times 10^9 \text{ N}$$

Considerazioni

L'esercizio, di facile soluzione, ha un importante scopo didattico. La forza esercitata fra due cariche di un Coulomb, poste ad una distanza di un metro, numericamente, coincide con la costante "K" che ha un valore molto elevato. L'intensità elevatissima della forza con cui le due cariche si attrarrebbero testimonia l'impossibilità fisica di concentrare una carica di un Coulomb, in un volume così piccolo, da potere essere considerato un punto.

9.1.10 LA COSTANTE ϵ_0

La costante "K" è espressa in funzione di un'altra costante, " ϵ_0 ", detta **costante dielettrica del vuoto**. La relazione che lega le due costanti fisiche "K" ed " ϵ_0 " è la seguente:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Relazione 9.3

dove " ϵ_0 " ha il seguente valore:

$$\epsilon_0 = 8,859 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$

Relazione 9.4

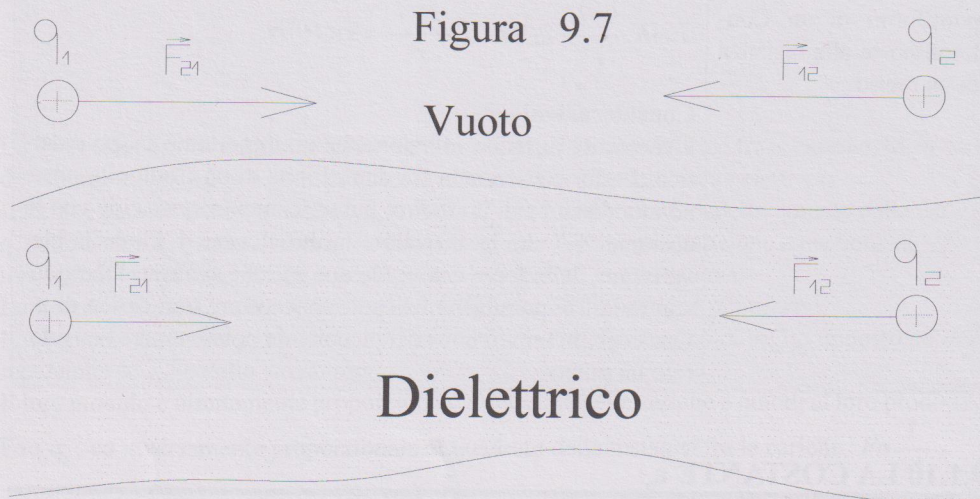
La presenza del numero " 4π " nell'espressione della costante "K" è motivata dal fatto che alcune formule che si ricavano a partire dalla legge di Coulomb, risultano semplificate, se quest'ultima è scritta con la costante K espressa secondo la relazione 9.3.

9.1.11 LA COSTANTE DIELETTRICA RELATIVA

Immaginiamo che due cariche elettriche, che fino ad ora abbiamo supposto essere nel vuoto, siano annegate in un materiale isolante, un dielettrico. È quasi spontanea la domanda: la forza con cui esse interagiranno sarà uguale a quella del vuoto?

La risposta a tale domanda è ragionevolmente no!

Un dielettrico è, infatti, modificato dalla presenza di cariche al suo interno, in particolare i dipoli elementari che esso contiene si orientano in virtù della presenza delle cariche. Ciò produce una variazione della forza con cui le cariche si attraggono.



In figura 9.7 sono rappresentate due cariche q_1 e q_2 , prima poste nel vuoto e poi in un materiale dielettrico. Indicando con F_{vuoto} ed F_{diel} rispettivamente le forze con cui le cariche interagiscono nel vuoto e nel dielettrico, si ha sempre:

$$F_{diel} < F_{vuoto}$$

In altre parole la forza con cui le cariche si attraggono o si respingono in presenza di un

dielettrico, è sempre minore rispetto a quella con cui si attraggono o si respingono nel vuoto.

Se le cariche si trovano in un dielettrico, nella relazione 9.3, cioè $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, dovrà com-

parire una costante diversa da “ ϵ_0 ”, in quanto non siamo più nel vuoto. Indichiamo la nuova costante, che caratterizza il dielettrico con ϵ_d . Indichiamo con F_0 la forza che le due cariche esercitano l’una sull’altra nel vuoto e con “ F_d ” quella nel dielettrico si ha:

$$F_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R^2}$$

Relazione 9.5

Forza nel vuoto

$$F_d = \frac{1}{4\pi\epsilon_d} \frac{q_1 q_2}{R^2}$$

Relazione 9.6

Forza nel dielettrico

Definiamo una nuova costante detta “ ϵ_r ”, come rapporto fra la forza nel vuoto e la forza nel dielettrico, si ha:

$$\epsilon_r = \frac{F_0}{F_d}$$

Relazione 9.7

Sostituendo nella relazione 9.7 le relazioni 9.5 e 9.6 si ha:

$$\epsilon_r = \frac{F_0}{F_d} = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R^2}}{\frac{1}{4\pi\epsilon_d} \frac{q_1 q_2}{R^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R^2} \times \frac{4\pi\epsilon_d}{1} \frac{R^2}{q_1 q_2} = \frac{\epsilon_d}{\epsilon_0}$$

In definitiva:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon_d}{\epsilon_0}$$

Relazione 9.8

cioè la costante dielettrica relativa di un certo dielettrico, risulta data dal rapporto matematico fra la costante dielettrica del dielettrico stesso ϵ_d e la costante dielettrica del vuoto ϵ_0 . Passando dunque in rassegna le costanti prese in esame si ha:

$\epsilon_0 = 8,859 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$	Costante dielettrica del vuoto
ϵ_d	Costante dielettrica di un certo dielettrico

$\epsilon_r = \frac{\epsilon_d}{\epsilon_0}$	Costante dielettrica di un certo dielettrico relativa al vuoto
--	--

Tabella 9.1

La seguente tabella mostra la costante dielettrica relativa per alcuni materiali.

Mezzo	Costante dielettrica relativa ϵ_r
Aria	1.00059
Idrogeno	1.00026
Acqua	80
Etanolo	25
Etere etilico	1.352
Petrolio	2.1
Vetro comune	5 ÷ 10
Plexiglas	3.40
Mica	8
Ebanite	2
Paraffina	2.1
Glicerolo	42.6

Tabella 9.2

9.1.12 BRACCIO DI FERRO FRA FORZA ELETTRICA E FORZA GRAVITAZIONALE

La forza gravitazionale è estremamente debole rispetto alla forza elettrica. Per dimostrare ciò ci proporremo di calcolare il rapporto fra la forza elettrica con cui un protone ed un elettrone si attraggono e la forza gravitazionale. Indichiamo con "x" la distanza fra il protone e l'elettrone che rimane ovviamente inalterata, con " F_e " la forza elettrica, con " F_g " la forza gravitazionale, con "M" la massa del protone, con "m" la massa dell'elettrone e con "q" il valore della carica che, a prescindere dal segno è uguale per il protone e per l'elettrone.

Le espressioni delle due forze saranno le seguenti:

$$F_e = K \frac{q^2}{x^2}$$

Relazione 9.9

Forza Elettrica

$$F_g = G \frac{Mm}{x^2}$$

Relazione 9.10

Forza Gravitazionale

Eseguiamo il rapporto membro a membro fra le relazioni 9.9 e 9.10 ottenendo:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{K \frac{q^2}{x^2}}{G \frac{Mm}{x^2}} = K \frac{q^2}{x^2} \times \frac{x^2}{GMm} = \frac{K}{G} \frac{q^2}{Mm}$$

In definitiva si ha:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{K}{G} \frac{q^2}{Mm}$$

Sostituendo i valori delle costanti K e G, delle masse del protone e dell'elettrone e della carica elettrica si ha:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{K}{G} \frac{q^2}{Mm} \cong \frac{9 \times 10^9}{6,67 \times 10^{-11}} \times \frac{(1,6 \times 10^{-19})^2}{1,67 \times 10^{-27} \times 9,11 \times 10^{-31}} \cong 2,3 \times 10^{39}$$

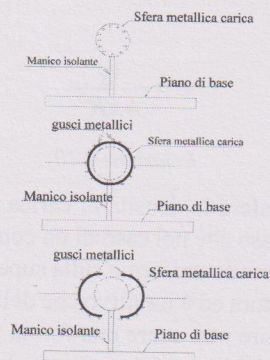
Eseguendo il rapporto matematico fra due grandezze troviamo quante volte l'una è contenuta nell'altra. Il rapporto fra forza elettrica e forza gravitazionale esercitate fra un protone ed un elettrone, è un numero incredibilmente grande! Immaginate che già dieci alla nona è pari a un miliardo.

La forza gravitazionale con cui un elettrone è attratto dal nucleo in un atomo d'idrogeno è sicuramente trascurabile rispetto alla forza elettrica con cui lo stesso elettrone è attratto dal nucleo.

9.1.13 CARICA ELETTRICA SUI CONDUTTORI, COME SI DISTRIBUISCE?

Abbiamo appreso che è possibile caricare un corpo di materiale conduttore. È interessante scoprire se la carica in eccesso ha, per così dire, delle preferenze sulle parti del conduttore in cui permanere oppure no. Durante il processo di carica c'è un transitorio, in cui le cariche elettriche sono in movimento. Alla fine del processo si raggiunge un equilibrio, detto equilibrio elettrostatico, che vede le cariche ferme.

È possibile condurre un semplice esperimento che ci permette di concludere che la carica elettrica in eccesso in un conduttore si distribuisce sulla superficie di esso.



In figura 9.8 a è rappresentata una sfera conduttrice connessa ad una base isolante.

La sfera è caricata positivamente; il processo di carica del conduttore sferico potrebbe avvenire, ad esempio, sfruttando il fenomeno dell'induzione elettrostatica, come mostrato in precedenza. Sono accostate, a questo punto, alla sfera due gusci sferici come mostrato in figura 9.8.c. I due emisferi conduttori e la sfera formano un unico conduttore: i due gusci sferici sono, infatti, a contatto con la sfera conduttrice.

Allontanando i due gusci sferici è possibile constatare, con l'ausilio di un elettroscopio, ad esempio, che i gusci sono carichi positivamente, mentre la sfera è scarica. Di fatto la sfera ha trasferito tutta la sua carica ai gusci sferici.

I gusci sferici e la sfera formavano un unico conduttore di cui i gusci rappresentavano praticamente la superficie esterna su cui, com'è evidente, è concentrata tutta la carica elettrica. Allontanando i gusci dalla sfera, quest'ultima appare completamente scarica, pertanto la sfera era priva di carica anche quando i gusci erano a contatto con essa.

È possibile concludere che:

Dato un conduttore elettrico carico, in una situazione di equilibrio elettrostatico, le cariche elettriche saranno distribuite sulla superficie esterna del conduttore.

9.1.14 DENSITÀ DI CARICA ELETTRICA

Immaginiamo di trasmettere una certa quantità di carica Q su un conduttore sferico di raggio R . Ipotizziamo poi di trasferire la stessa quantità di carica Q ad un conduttore sferico di raggio $2R$. Benché la carica nei due casi sia la medesima, nella seconda situazione essa è distribuita su una superficie maggiore, quindi la densità di carica nel secondo caso è minore. È in un certo senso come diluire un cucchiaino di zucchero in un bicchiere d'acqua prima ed in un litro d'acqua dopo: pur essendo la quantità di zucchero identica, assaggiando la prima soluzione percepiremo il sapore dello zucchero, mentre nel secondo caso non lo avvertiremo quasi per niente. Definiamo la densità di carica come rapporto matematico fra la carica e la superficie in cui essa è distribuita.

$$\sigma = \frac{Q}{S}$$

Relazione 9.9

Nel caso di un conduttore sferico, com'è noto dalla geometria, si ha: $S = 4\pi R^2$ e pertanto la relazione 9.9 diventa:

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

Relazione 9.10

Al raddoppiare del raggio della sfera la densità di carica diventa pari a un quarto rispetto alla precedente. Osserviamo adesso che nel caso di un conduttore sferico, per ragioni di simmetria, la carica si distribuirà in modo uniforme sulla superficie del conduttore. La superficie sferica ha sempre la stessa curvatura ed è intuitivo che della carica in eccesso debba ripartirsi in modo omogeneo. Un conduttore può avere una forma generica e pertanto la superficie di esso può avere una curvatura variabile punto per punto. In tal caso, non essendoci una situa-

zione di simmetria, come nella sfera, la carica in eccesso non si distribuirà in modo uniforme su tutta la superficie. In altre parole considerando un elementino di superficie ΔS , in un certo punto del conduttore, avremo una certa carica ΔQ , se quell'elemento di superficie è posto in un'altra posizione nel conduttore, la carica ΔQ sarà diversa.

La relazione 9.9 per un generico conduttore che non abbia dunque una superficie sferica, rappresenta una densità media di carica.

La densità di carica in un punto della superficie di un conduttore di forma generica, può essere definita in questo modo:

Consideriamo una superficie piccolissima " ΔS " centrata in quel punto.

Consideriamo la carica " ΔQ " presente in tale superficie elementare.

Definiamo la densità di carica in quel punto come il rapporto matematico $\Delta Q / \Delta S$.

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S}$$

Relazione 9.11

Poniamo adesso la seguente domanda: in un conduttore di forma generica dove ci aspettiamo che si addensi più carica, nei punti più spigolosi dove il raggio di curvatura è minore o nei punti meno spigolosi dove il raggio di curvatura è maggiore?

Gli esperimenti mostrano che si addensa più carica proprio nei punti in cui il conduttore presenta più spigolosità e quindi raggi di curvatura minori. In parole semplici le punte 'presentano una densità di carica maggiore.

Considerando la relazione 9.11 si evince che l'unità di misura della densità di carica è $[C/m^2]$, la densità di carica ha dunque le dimensioni di una carica per una lunghezza alla meno due. L'equazione dimensionale è dunque $[ql^{-2}]$.