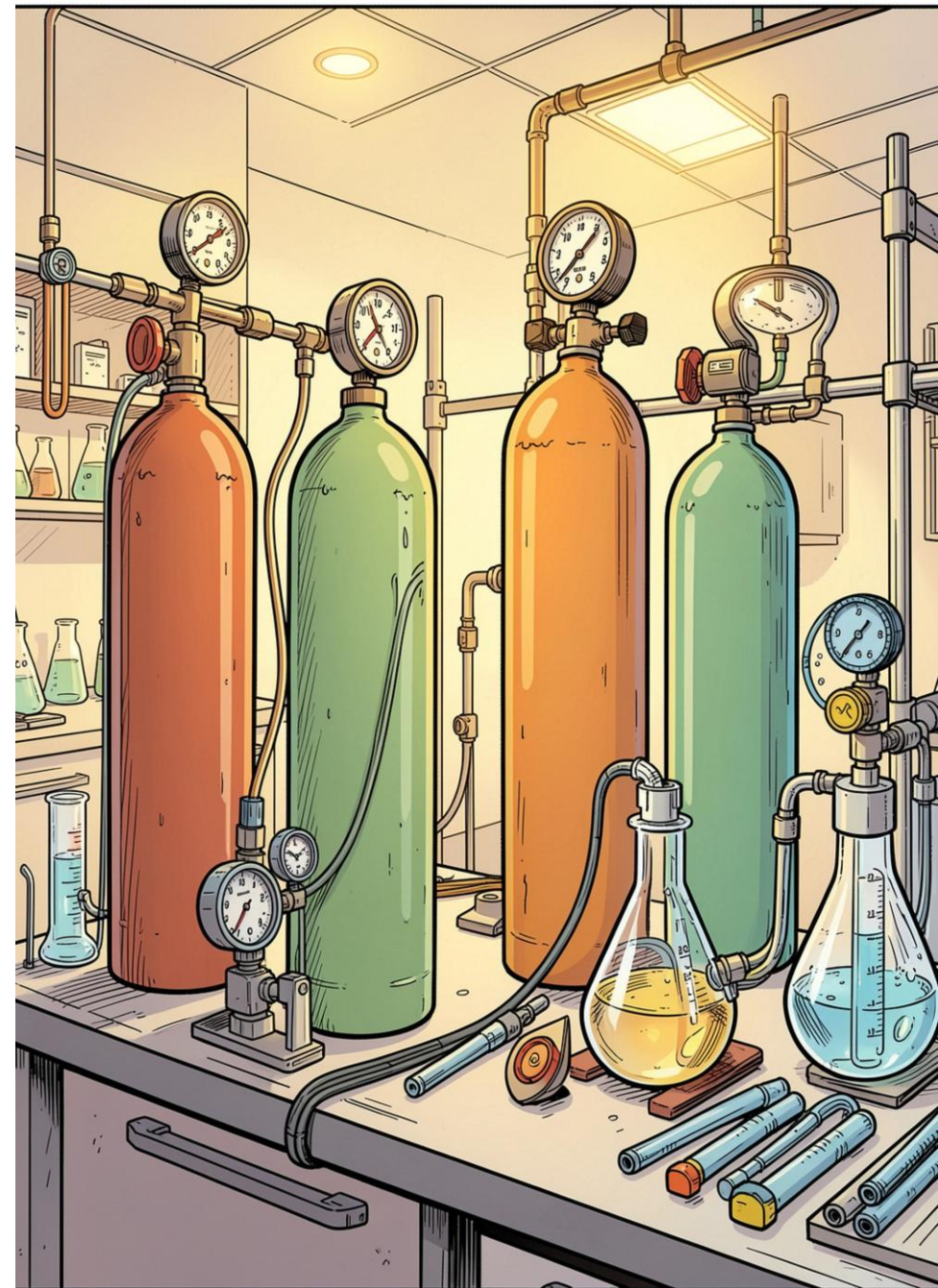


Trasformazioni Termodinamiche

Esercizi sull'Equazione di Stato dei Gas

Un percorso attraverso le trasformazioni termodinamiche dei gas perfetti, con focus sulla **trasformazione isoterma**: teoria, legge di Boyle e applicazioni pratiche risolte passo per passo.



Cos'è una Trasformazione Isoterma?

Si definisce **ISOTERMA** una trasformazione termodinamica in cui la **temperatura del sistema si mantiene costante** durante l'intero processo. In simboli:

$$T = \text{costante}$$

Indichiamo con il pedice **1** le grandezze che caratterizzano il gas nello **stato iniziale** e con il pedice **2** le grandezze dello **stato finale**. Applicando la legge dei gas perfetti nei due stati si ottiene:

$$\begin{cases} P_1 V_1 = nRT_1 \\ P_2 V_2 = nRT_2 \end{cases}$$

Poiché la trasformazione è isoterma, la temperatura rimane costante: $T_1 = T_2 = T$. Le equazioni diventano quindi:

$$P_1 V_1 = nRT \quad \text{e} \quad P_2 V_2 = nRT \quad \quad P_1 V_1 = P_2 V_2$$

La Legge di Boyle

In una trasformazione isoterma, il **prodotto della pressione per il volume è una costante**. Questo principio prende il nome di **Legge di Boyle**:

In un gas che subisce una trasformazione isoterma, la pressione ed il volume sono legati da una relazione di **proporzionalità inversa** ed il loro prodotto è una costante.

Condizione

$$T = \text{costante}$$

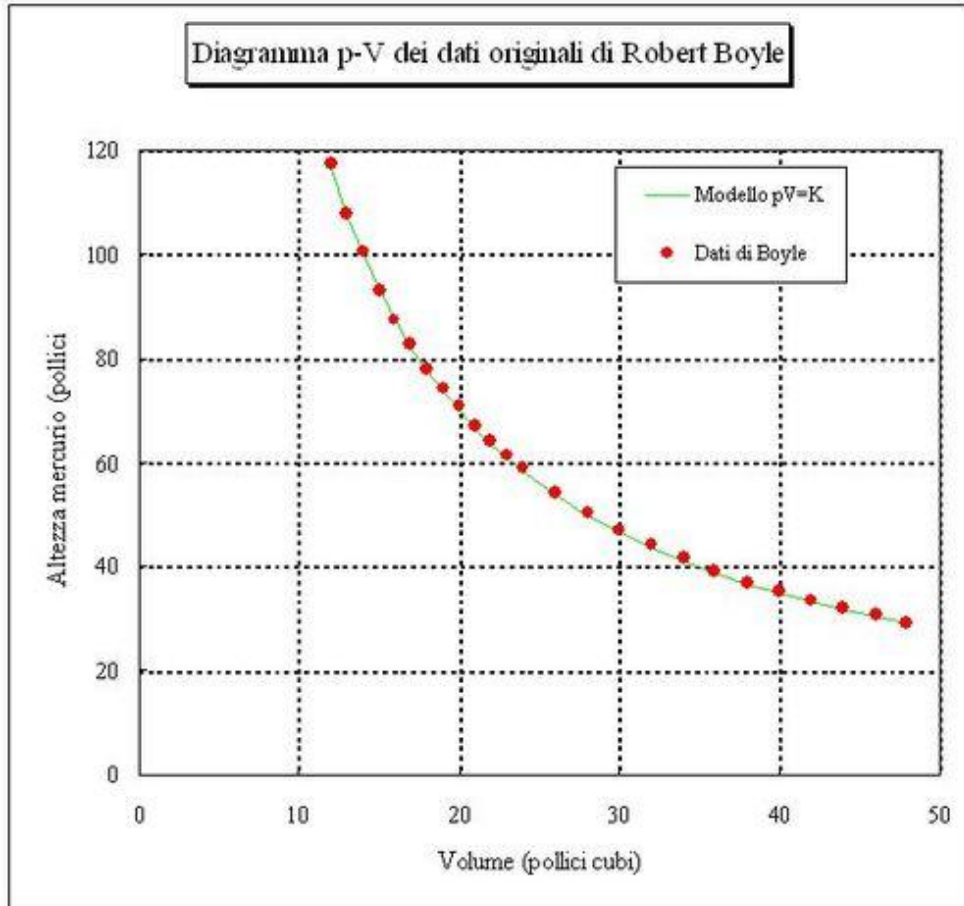
Legge di Boyle

$$PV = K$$

Due stati

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

Se la pressione aumenta, il volume diminuisce proporzionalmente, e viceversa. Il prodotto PV rimane invariato finché la temperatura è costante.



Rappresentazione Grafica: l'Iperbole Equilatera

In un piano in cui l'asse delle ascisse rappresenta il **volume (V)** e l'asse delle ordinate rappresenta la **pressione (P)**, la legge $PV = K$ è descritta graficamente da un'**iperbole equilatera** nel primo quadrante.

La curva si avvicina asintoticamente a entrambi gli assi senza mai toccarli: ciò significa che né la pressione né il volume possono raggiungere lo zero in una trasformazione isoterma reale. Ogni punto della curva rappresenta uno stato del gas in cui il prodotto PV è uguale alla stessa costante K .

[Questa foto](#) di Autore sconosciuto è concesso in licenza da [CC BY-SA](#)

Enunciato del Problema

Dati del problema

- Temperatura costante: 23 °C
- Volume iniziale: $V_1 = 0,7 \text{ m}^3$
- Pressione iniziale: $P_1 = 1,0 \text{ atm}$
- Pressione finale: $P_2 = 0,40 \text{ atm}$

Obiettivo: Determinare il volume finale V_2 dopo l'espansione isoterma.

Analisi

Il gas subisce un'**espansione** passando a un volume finale maggiore, a temperatura costante. Poiché la pressione finale è inferiore a quella iniziale ($0,40 \text{ atm} < 1,0 \text{ atm}$), ci aspettiamo che il volume finale sia maggiore del volume iniziale, in accordo con la legge di Boyle.

📄 Essendo la trasformazione isoterma, possiamo applicare direttamente $P_1 V_1 = P_2 V_2$.

Passo 1: Conversione delle Unità

Prima di applicare la formula, convertiamo tutte le grandezze fisiche nel **Sistema Internazionale (SI)**:

Temperatura

$$T = 23 \text{ C} = (23 + 273) \text{ K} \approx 296 \text{ K}$$

Pressione iniziale

$$P_1 = 1,0 \text{ atm} \approx 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$$

Pressione finale

$$P_2 = 0,40 \cdot 1,01 \cdot 10^5 \approx 40 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

Volume iniziale

$$V_1 = 0,7 \text{ m}^3 \quad (\text{già in SI})$$

Passo 2: Applicazione della Legge di Boyle

Applichiamo la formula $P_1V_1 = P_2V_2$ e ricaviamo il volume finale:

$$V_2 = \frac{P_1V_1}{P_2} = \frac{1,01 \cdot 10^5}{40 \cdot 10^3} \cdot 0,7 \approx 1,77 \text{ m}^3$$

1,77

m³ Volume Finale

Il gas si è espanso da 0,7 m³ a 1,77 m³, circa 2,5 volte il volume iniziale.

296

K Temperatura

La temperatura è rimasta costante durante tutta la trasformazione isoterma.

0,40

atm Pressione Finale

La pressione è diminuita del 60%, causando l'aumento proporzionale del volume.

Gas con Decremento di Pressione del 10%

Dati e Impostazione

- Temperatura: $T = 27\text{ }^{\circ}\text{C} = 300\text{ K}$
- Volume iniziale: $V_i = 30\text{ dm}^3$
- La pressione subisce un **decremento del 10%**

La pressione finale è:

$$P_f = 0,9 P_i$$

Applicando la legge di Boyle $P_i V_i = P_f V_f$:

$$P_i V_i = 0,9 P_i V_f \quad V_i = 0,9 V_f$$

Risultato

Ricaviamo il volume finale:

$$V_f = \frac{V_i}{0,9} = \frac{30\text{ dm}^3}{0,9} \approx 33,3\text{ dm}^3$$

Il volume aumenta da 30 dm^3 a circa $33,3\text{ dm}^3$, in proporzione inversa alla diminuzione di pressione.

ESERCIZIO 3

Verifica di Coerenza: È Possibile?

Un gas a temperatura costante ha pressione iniziale $P_i = 1,2 \text{ atm}$ che passa a $P_f \approx 1,5 \text{ atm}$. Il volume iniziale è $V_i = 2 \text{ m}^3$. Si chiede se il volume finale possa essere $V_f = 2,8 \text{ m}^3$.

Analisi Teorica

Se la pressione **aumenta** (da 1,2 a 1,5 atm), il volume deve **diminuire** per la legge di Boyle. Un aumento del volume da 2 a $2,8 \text{ m}^3$ è **incompatibile** con un aumento di pressione a temperatura costante.

Verifica Numerica

Calcoliamo il volume finale atteso:

$$V_f = \frac{P_i V_i}{P_f} = \frac{1,2}{1,5} 2 = 1,6 \text{ m}^3$$

Il valore corretto è $1,6 \text{ m}^3$, non $2,8 \text{ m}^3$. La proposta è quindi **impossibile**.

Riepilogo: Trasformazione Isoterma

01

Condizione Fondamentale

La temperatura rimane costante: $T = \text{costante}$ la trasformazione è detta **isoterma**.

02

Legge di Boyle

Pressione e volume sono inversamente proporzionali: $PV = k$, ovvero $P_1V_1 = P_2V_2$

03

Rappresentazione Grafica

Sul piano P-V, la trasformazione è un'**iperbole equilatera** nel primo quadrante.

04

Metodo di Risoluzione

Convertire le unità nel SI, identificare stati iniziale e finale, applicare $P_1V_1 = P_2V_2$
verificare la coerenza del risultato.

