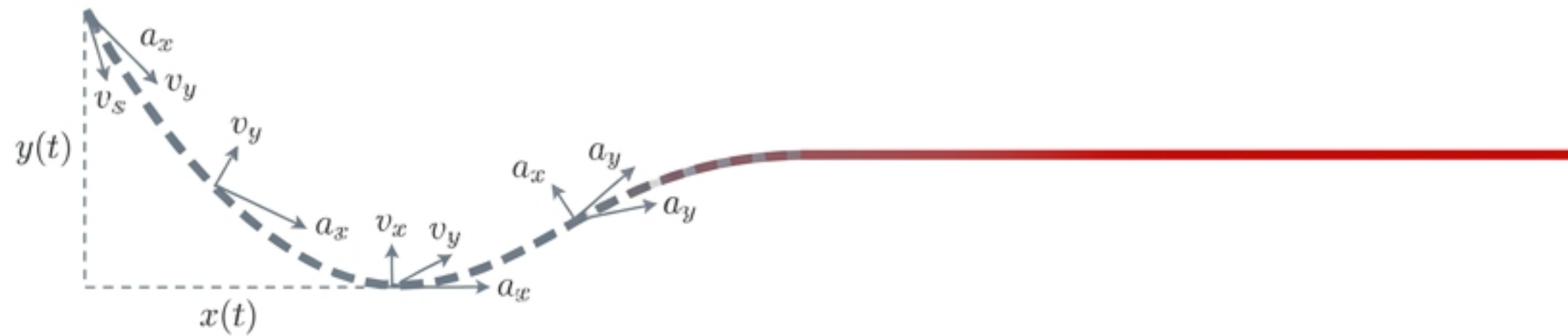
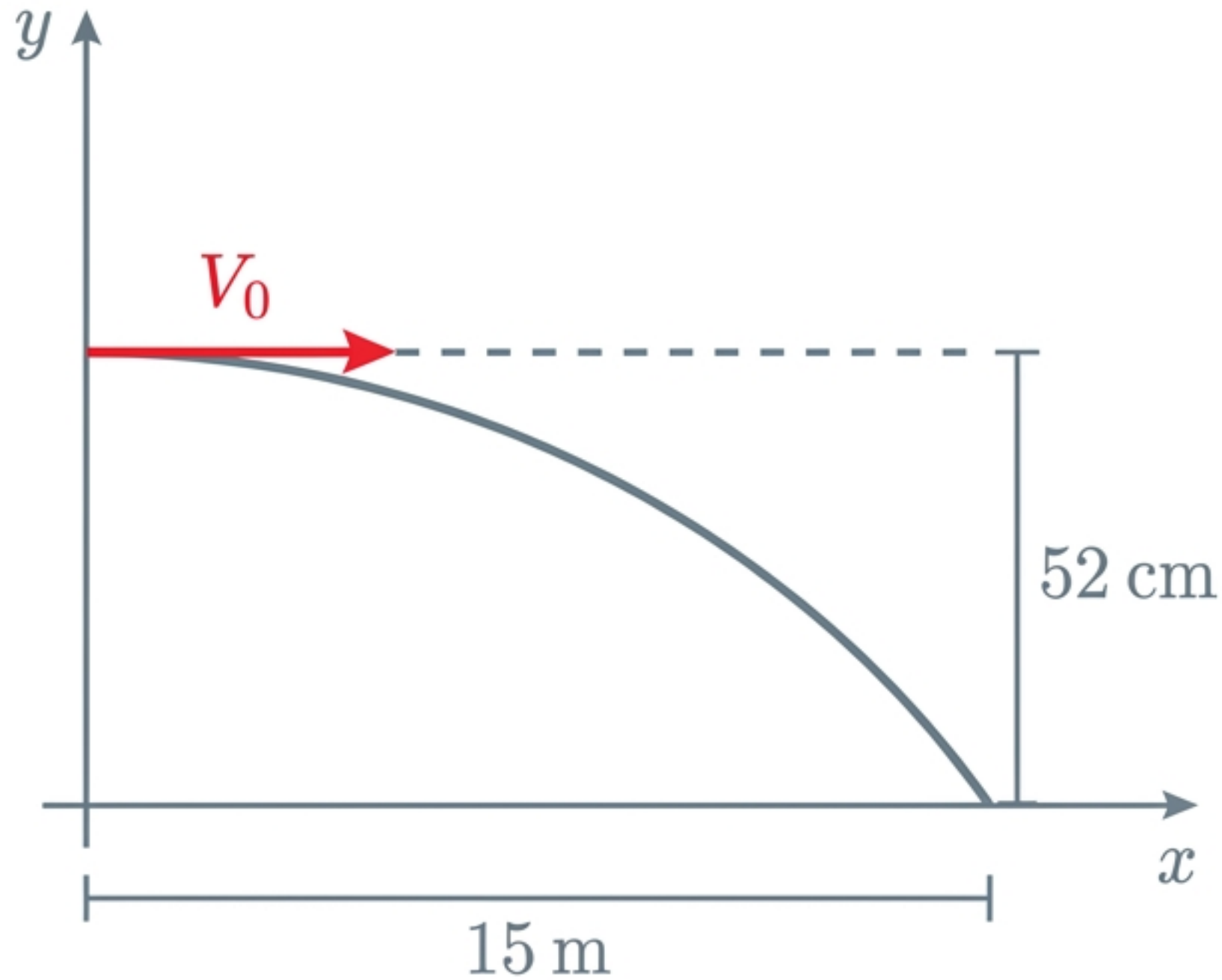


Dalla Cinematica all'Energia

Un viaggio dalla forza bruta delle equazioni all'eleganza delle leggi di conservazione.



Atto I: La Sfida dell'Arciere (L'Approccio Cinematico)



Il Problema

Un arciere scocca una freccia orizzontalmente verso un bersaglio.

Dati

Distanza orizzontale (x): 15 m

Caduta verticale (y): $52\text{ cm} = 0.52\text{ m}$

Obiettivo

Qual era il modulo della velocità iniziale della freccia?

Scomposizione del Moto

Asse X

Moto rettilineo
uniforme (nessuna
accelerazione).



Asse Y

Moto uniformemente
accelerato (accelerazione
di gravità g).



1. Impostiamo il sistema di equazioni:

Moto lungo X:

$$x = V_0 \cdot t$$

Moto lungo Y (caduta libera):

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

(Nota: Velocità iniziale su Y nulla, origine nel punto di rilascio)

Risoluzione del Sistema Cinematico

1 Isoliamo il tempo t dalla prima equazione

$$t = \frac{x}{V_0}$$

2 Sostituiamo t nella seconda equazione

$$y = \frac{1}{2}g \left(\frac{x}{V_0} \right)^2 \Rightarrow y = \frac{x^2 \cdot g}{2 \cdot V_0^2}$$

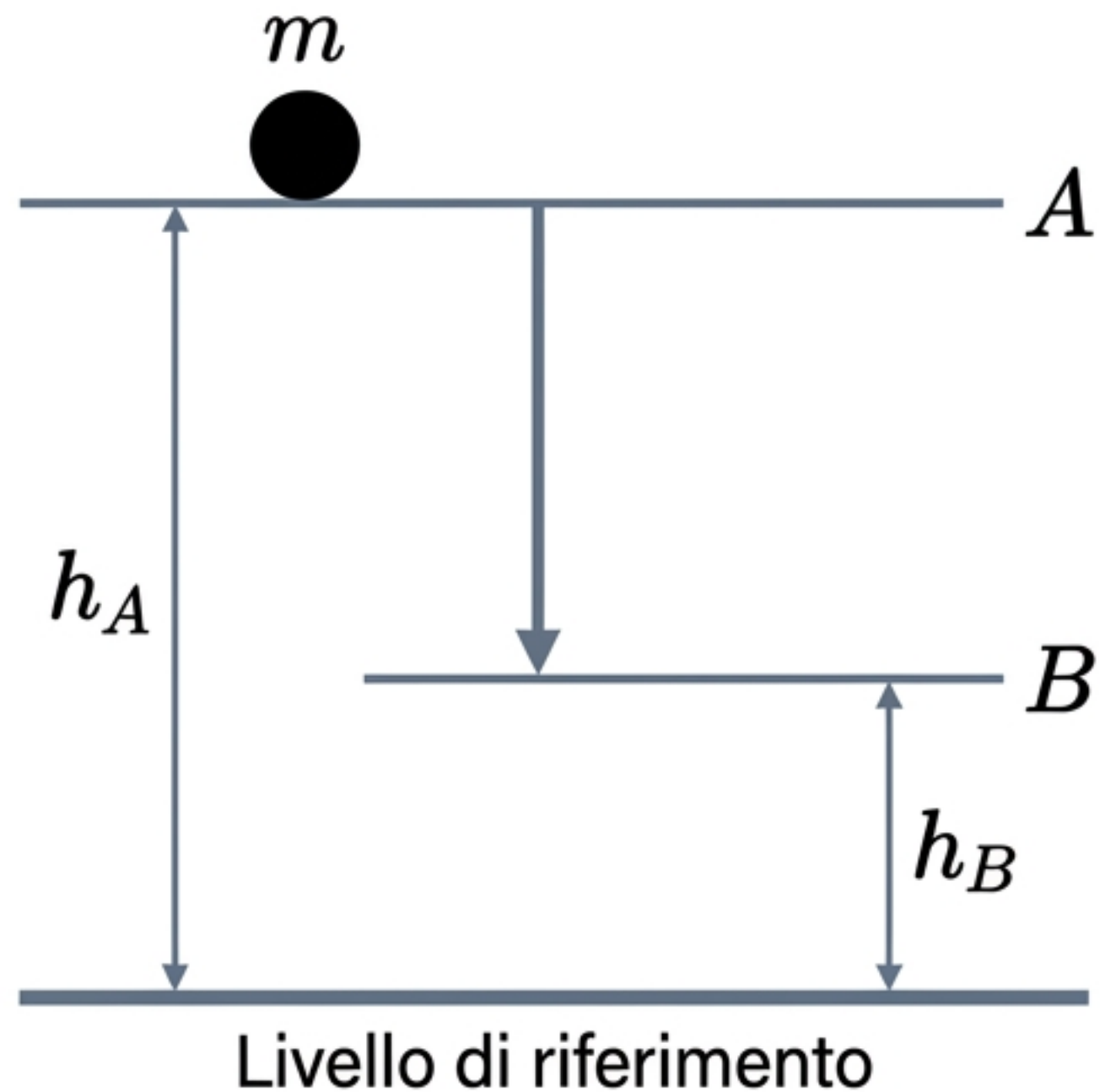
3 Esplicitiamo V_0 (Formula Finale)

$$V_0 = \sqrt{\frac{x^2 \cdot g}{2 \cdot y}}$$

Calcolo numerico

$$V_0 = \sqrt{\frac{15^2 \cdot 9.81}{2 \cdot 0.52}} = \mathbf{46.1 \text{ m/s}}$$

Atto II: Un Nuovo Paradigma (Il Lavoro)

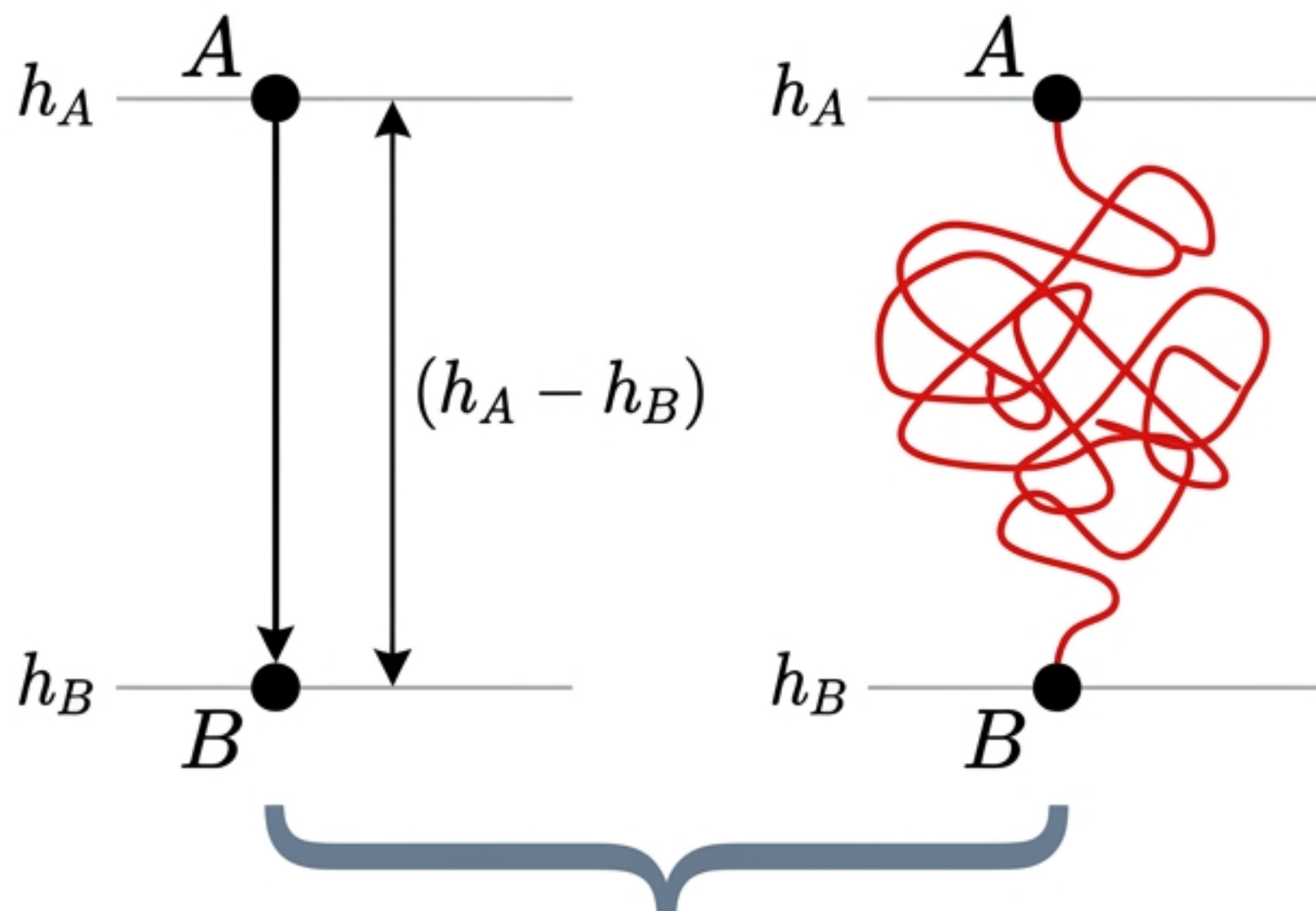


Calcoliamo il lavoro compiuto dalla forza peso per spostare l'oggetto da A a B .

1. Definizione di Lavoro: $L = F \cdot s \cdot \cos(\alpha)$
2. Nel nostro caso: L'angolo $\alpha = 0$, la forza è il peso (mg), lo spostamento è la differenza di altezza ($h_A - h_B$).
3. Equazione del Lavoro:

$$L_{AB} = mgh_A - mgh_B$$

L'Intuizione: L'Indipendenza dal Percorso



La variazione di altezza $(h_A - h_B)$ è identica in entrambi i casi.

1

- Il lavoro compiuto dalla forza peso per arrivare da A a B non dipende dal percorso.

2

- Dipende soltanto dalla posizione iniziale e dalla posizione finale.

Conclusione: Una forza il cui lavoro possiede questa proprietà si dice **Forza Conservativa**.

Definizione di Energia Potenziale (U)

Poiché il lavoro dipende solo dall'altezza, possiamo definire una nuova grandezza di "stato" per ogni posizione: l'Energia Potenziale Gravitazionale.

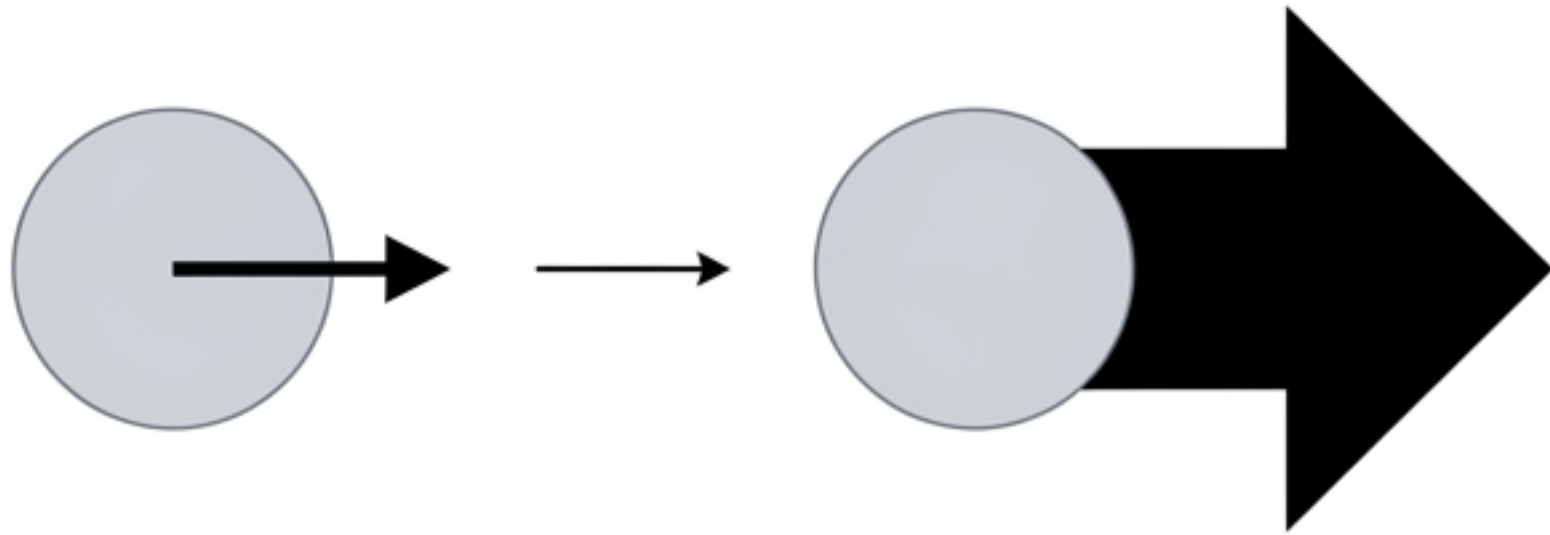
$$U_A = mgh_A$$

$$U_B = mgh_B$$

Il lavoro è dato dalla differenza di energia potenziale in A meno quella in B:

$$L_{AB} = U_A - U_B = -\Delta U$$

Il Teorema dell'Energia Cinetica (Forze Vive)



Mentre l'energia potenziale dipende dalla posizione, l'energia cinetica dipende dal movimento.

1. Definizione: $K = \frac{1}{2}mv^2$

2. Il Teorema: Il lavoro totale compiuto su un corpo è uguale alla variazione della sua energia cinetica.

3. Formula:

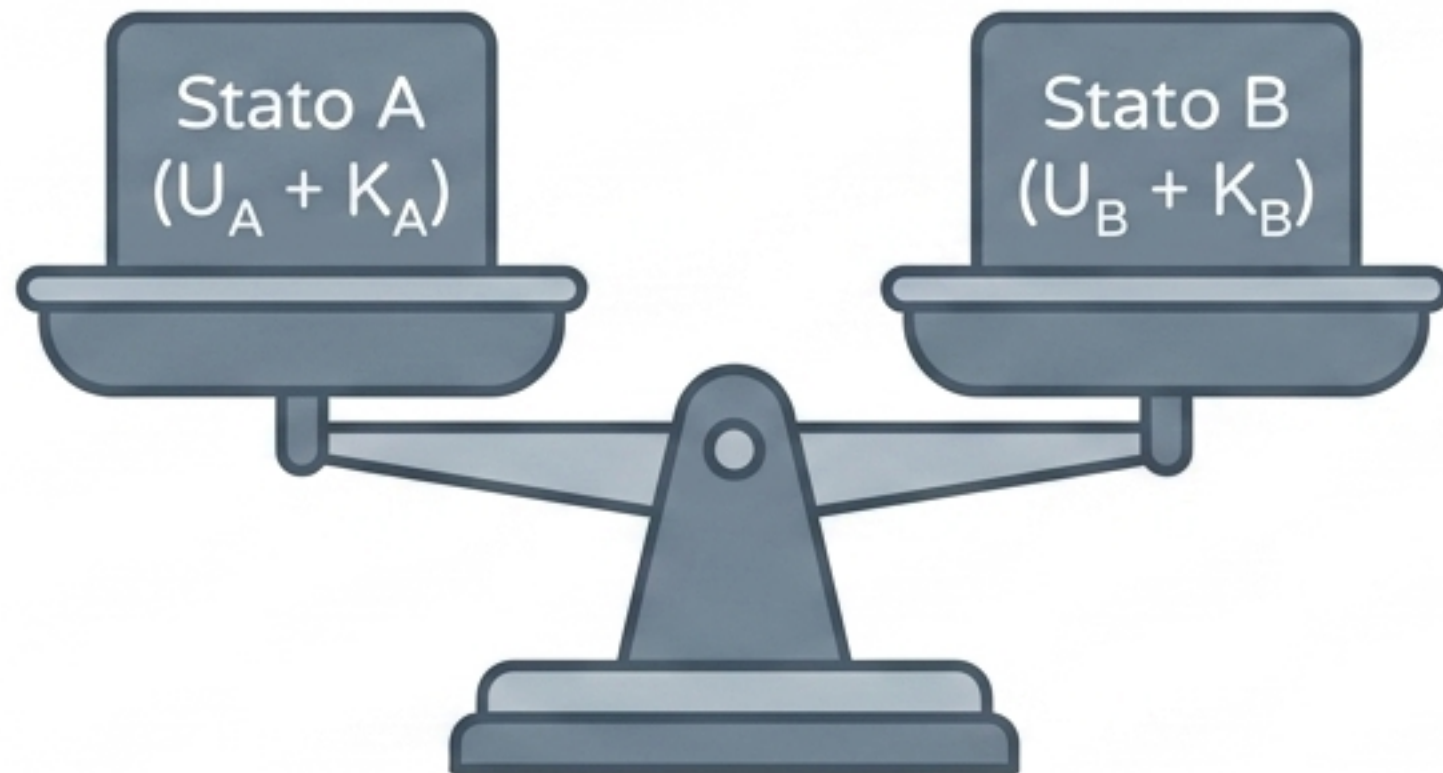
$$L_{AB} = K_B - K_A = \Delta K$$

La Sintesi: Conservazione dell'Energia Meccanica

Uniamo le due equazioni del Lavoro (assenza di attrito):

$$L_{AB} = U_A - U_B, \quad L_{AB} = K_B - K_A \quad \Rightarrow \quad U_A - U_B = K_B - K_A$$

Riordinando i termini per stato (A e B): $U_A + K_A = U_B + K_B$

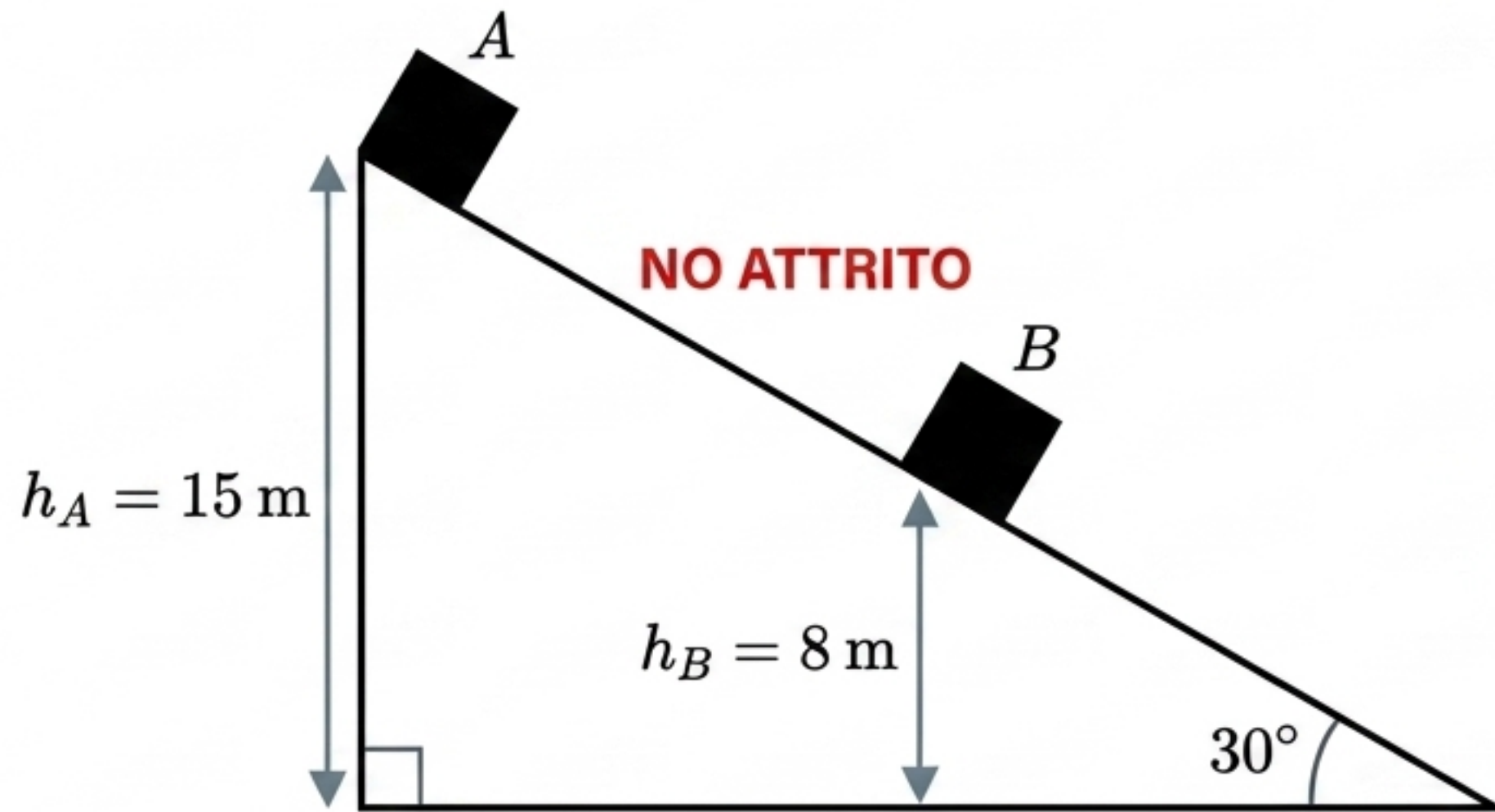


Definiamo l'Energia Meccanica totale come $E_m = K + U$.

$$E_{mA} = E_{mB} \Rightarrow \Delta E_m = 0$$

La variazione di energia meccanica è zero.

Atto III: Il Piano Inclinato (La Prova dell'Eleganza)



1 Il Problema

Un corpo scivola senza attrito su un piano inclinato di 30° .

2 Dati

Quota iniziale (h_A): 15 m

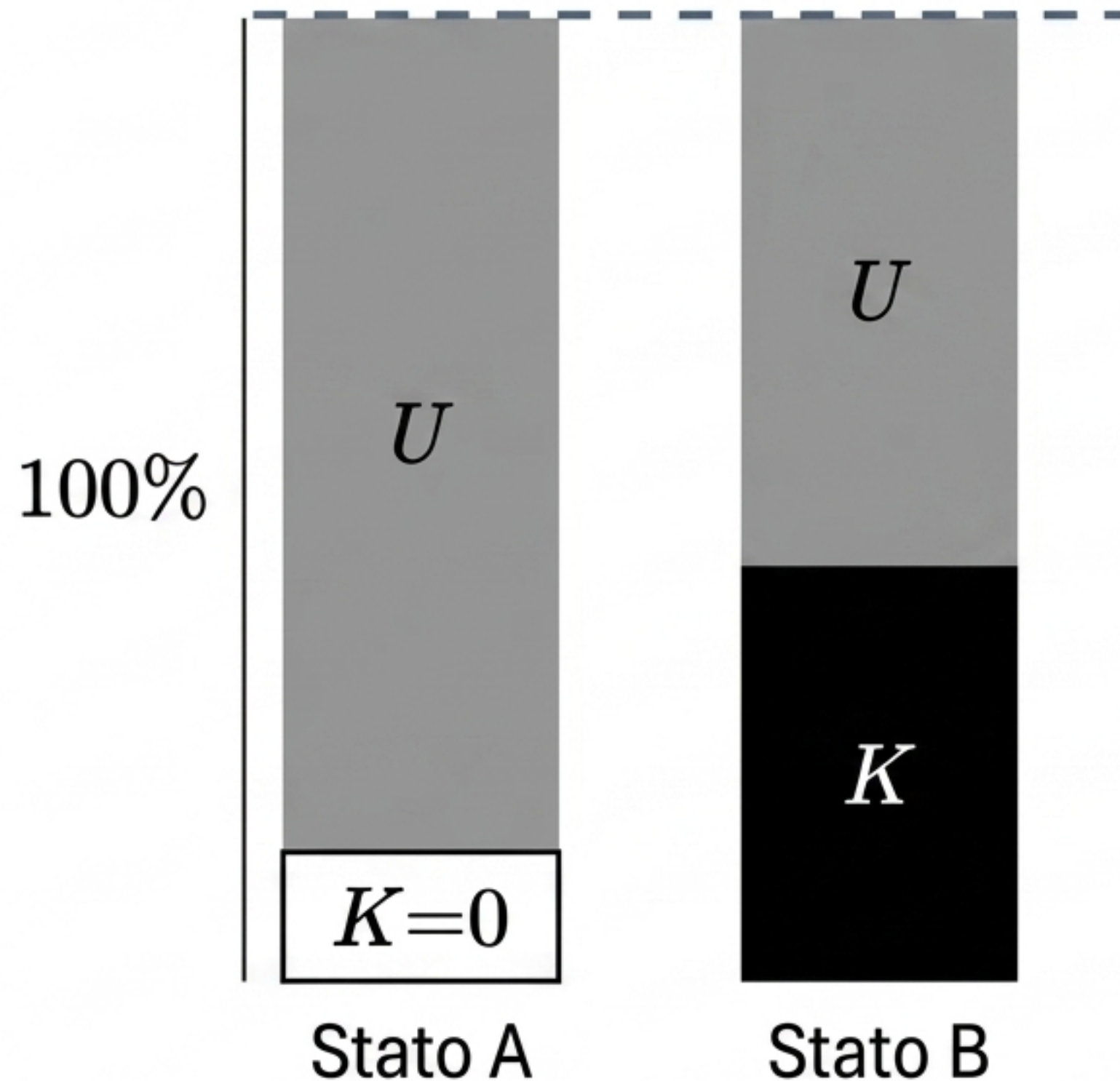
Quota finale (h_B): 8 m

3 Obiettivo

Quale sarà la sua velocità quando raggiunge la quota di 8 m?

Nota analitica: Usare la cinematica richiederebbe vettori, scomposizione delle forze e trigonometria complessa.

La Soluzione Elegante: Applicare la Conservazione



1. Conservazione: $E_{mA} = E_{mB}$

2. Sostituzione: $K_A + U_A = K_B + U_B$

3. Poiché parte da fermo,
 $K_A = 0 \Rightarrow U_A = K_B + U_B$

4. Espansione:

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

(Magia dell'energia: la massa m si elide da tutti i termini!)

Il Risultato Finale

1 Riorganizziamo per trovare v_B

$$gh_A - gh_B = \frac{1}{2}v_B^2$$
$$g(h_A - h_B) = \frac{1}{2}v_B^2$$

2 Formula Finale

$$v_B = \sqrt{2g(h_A - h_B)}$$

3 Calcolo Numerico

$$v_B = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot (15 - 8)} = \mathbf{11.7 \text{ m/s}}$$

Nessun vettore. Nessun calcolo del tempo. Nessuna trigonometria. La conservazione dell'energia fornisce una scorciatoia perfetta attraverso la complessità geometrica.