

# Modulo nono, parte prima: cariche elettriche

## Carica e materia

### 9.1 Brevi cenni storici intorno all'elettromagnetismo

Le origini dello studio dell'elettricità risalgono all'antichità. Già intorno al 600 a.C. era noto un semplice fenomeno: strofinando un pezzo di ambra, questo diventava capace di attirare piccoli frammenti di paglia. Si trattava di una delle prime manifestazioni osservate di quello che oggi chiamiamo fenomeno elettrico.

Anche il magnetismo fu inizialmente conosciuto attraverso l'osservazione di fenomeni naturali. In particolare, si scoprì che la **magnetite**, un minerale presente in natura, esercita una forza attrattiva sul ferro.

Per molti secoli elettricità e magnetismo furono considerati fenomeni distinti e vennero studiati separatamente. La situazione cambiò radicalmente nel **1820**, quando il fisico danese **Hans Christian Ørsted** osservò che una corrente elettrica che attraversa un filo è in grado di influenzare l'orientamento di una bussola. Una corrente elettrica poteva quindi produrre un effetto magnetico.

Questa osservazione mise in evidenza un legame fino ad allora insospettato tra fenomeni elettrici e fenomeni magnetici. Da quel momento le due discipline iniziarono a confluire in un'unica area di studio: **l'elettromagnetismo**.

Alla costruzione di questa nuova teoria contribuirono numerosi scienziati. Tra questi ebbe un ruolo fondamentale **Michael Faraday**, le cui ricerche permisero di comprendere meglio il rapporto reciproco tra elettricità e magnetismo.

La formulazione matematica generale della teoria elettromagnetica fu successivamente realizzata da **James Clerk Maxwell**, che raccolse e sistematizzò i risultati ottenuti dai ricercatori precedenti attraverso un insieme di relazioni oggi note come **equazioni di Maxwell**.

La teoria di Maxwell venne poi ulteriormente approfondita e chiarita grazie al lavoro di altri fisici, tra i quali **Oliver Heaviside** e **Hendrik Antoon Lorentz**.

Maxwell arrivò inoltre a una conclusione di enorme importanza: la **luce è un'onda elettromagnetica**. Questa previsione stabilì un collegamento profondo tra fenomeni che fino ad allora erano stati

studiati nell'ambito di discipline differenti. L'ottica venne così ricondotta, almeno in parte, allo studio dell'elettricità e del magnetismo.

Nasceva quindi una visione unitaria: **elettricità, magnetismo e luce sono manifestazioni strettamente collegate di un'unica teoria fisica, l'elettromagnetismo.**

## 9.2 Carica e materia

Un semplice esperimento permette di mettere in evidenza l'esistenza della carica elettrica. Se strofiniamo due bacchette di vetro con un panno di seta e poi le avviciniamo, osserviamo che le bacchette si **respingono**.

Se invece strofiniamo una bacchetta di plastica con della pelle e una bacchetta di vetro con un panno di seta, quando avviciniamo le due bacchette osserviamo un fenomeno diverso: esse **si attraggono**.

Queste semplici osservazioni mostrano che la materia può esercitare e subire **forze elettriche**, che possono essere sia attrattive sia repulsive. È quindi necessario introdurre una nuova grandezza fisica: la **carica elettrica**.

Per convenzione, la carica che il vetro acquista quando viene strofinato con la seta viene chiamata **carica positiva**. Al contrario, la carica che acquista la plastica quando viene strofinata con la pelle viene definita **negativa**.

La scelta dei segni positivo e negativo è puramente convenzionale: avremmo potuto attribuire i due nomi in modo opposto, senza modificare alcun fenomeno fisico.

Nel Sistema Internazionale l'unità di misura della carica elettrica è il **coulomb**, indicato con la lettera **C**.

### La carica elettrica nella materia

Per capire come un corpo possa acquistare una carica elettrica è necessario considerare la struttura microscopica della materia.

Secondo il modello atomico, un atomo è costituito da un **nucleo**, formato da protoni e neutroni, circondato da una regione nella quale si trovano gli elettroni.

I **protoni** possiedono una carica elettrica positiva, mentre gli **elettroni** possiedono una carica negativa dello stesso valore assoluto. I **neutroni**, invece, non possiedono carica elettrica.

Le masse delle tre particelle sono molto diverse: la massa del protone e quella del neutrone sono circa uguali, mentre la massa dell'elettrone è circa duemila volte più piccola. Per i fenomeni di elettrizzazione che stiamo considerando, è importante soprattutto ricordare che sono gli **elettroni** a poter essere trasferiti da un corpo a un altro, mentre i protoni rimangono legati al nucleo.

Consideriamo, per esempio, l'atomo di idrogeno. Il suo nucleo contiene un solo protone e attorno al nucleo è presente un solo elettrone.

In condizioni normali l'atomo è elettricamente neutro, perché la carica positiva del protone e quella negativa dell'elettrone hanno lo stesso valore assoluto. Indicando con  $Q_{\text{tot}}$  la carica complessiva dell'atomo, possiamo scrivere:

$$Q_{\text{tot}} = (+e) + (-e) = 0$$

L'atomo, quindi, non presenta una carica elettrica netta.

Se, invece, l'elettrone venisse allontanato dall'atomo, rimarrebbe il solo protone. L'atomo perderebbe così la propria neutralità e diventerebbe uno ione positivo.

Lo stesso principio vale, in generale, per gli atomi degli altri elementi: in condizioni normali essi possiedono un numero di protoni uguale al numero di elettroni e risultano quindi elettricamente neutri. Poiché la materia ordinaria è costituita da un enorme numero di atomi, anche i corpi macroscopici risultano normalmente neutri.

Consideriamo nuovamente la bacchetta di vetro. Prima dello strofinamento essa è globalmente neutra: le cariche positive dei protoni e quelle negative degli elettroni si compensano.

Quando la bacchetta viene strofinata con il panno di seta, alcuni elettroni possono trasferirsi dal vetro alla seta. Il vetro perde quindi una parte delle proprie cariche negative.

Di conseguenza, nella bacchetta rimane un numero di protoni maggiore rispetto al numero di elettroni. La carica positiva non è comparsa dal nulla: è il risultato della **perdita di elettroni**.

La bacchetta di vetro diventa così **positivamente elettrizzata**, mentre la seta, avendo acquistato quegli elettroni, diventa **negativamente elettrizzata**.

Questo esempio permette di comprendere un punto fondamentale:

**elettrizzare un corpo significa modificare l'equilibrio tra il numero di protoni e quello degli elettroni.**

Nei comuni fenomeni di elettrizzazione sono gli **elettroni** a trasferirsi da un corpo all'altro; i protoni, essendo confinati nei nuclei atomici, non vengono trasferiti durante questo processo.

### 9.2.1 Il fenomeno dell'induzione elettrostatica

Consideriamo un corpo costituito da un materiale metallico. Nei metalli alcuni elettroni non sono fortemente legati ai singoli atomi e possono quindi muoversi con una certa libertà all'interno del materiale. Questa caratteristica rende possibile il fenomeno dell'**induzione elettrostatica**.

Supponiamo di avvicinare a un corpo metallico una bacchetta di vetro dotata di carica positiva. La presenza della bacchetta modifica la distribuzione delle cariche elettriche all'interno del metallo.

Gli elettroni liberi del metallo vengono attratti dalla carica positiva della bacchetta e si spostano verso la regione del conduttore più vicina ad essa. In questa zona si determina quindi un **eccesso di carica negativa**. Nella parte opposta del conduttore rimane invece un **eccesso di carica positiva**, dovuto alla diminuzione locale del numero di elettroni.

La bacchetta di vetro, che provoca questa separazione delle cariche, viene chiamata **corpo induttore**; il conduttore nel quale si produce la separazione delle cariche prende il nome di **corpo indotto**.

È importante osservare che il conduttore non ha acquistato né perso carica elettrica. Prima dell'avvicinamento della bacchetta era complessivamente neutro e continua a esserlo anche dopo: gli elettroni si sono semplicemente **redistribuiti** al suo interno.

L'effetto dell'induzione elettrostatica, infatti, riguarda la **distribuzione delle cariche**, non la quantità totale di carica del conduttore.

Se allontaniamo la bacchetta carica, viene meno l'azione che aveva provocato lo spostamento degli elettroni. Essi ritornano progressivamente a distribuirsi in modo uniforme e il conduttore recupera la configurazione iniziale.

Possiamo quindi riassumere il fenomeno in questo modo:

**corpo neutro + corpo carico vicino → separazione delle cariche nel conduttore**

ma

**carica totale del conduttore = 0**

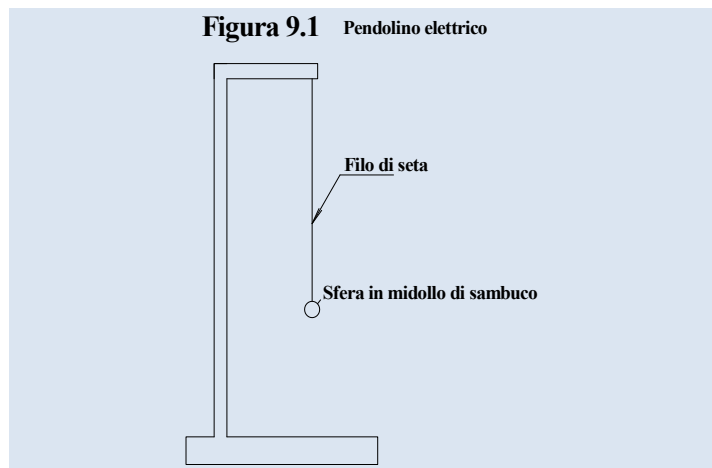
sia prima sia dopo l'avvicinamento del corpo induttore.

L'induzione elettrostatica mostra quindi che, in un conduttore, le cariche elettriche possono muoversi e ridistribuirsi sotto l'azione di un campo elettrico esterno, senza che sia necessario trasferire carica dall'esterno al conduttore.

## 9.2.2 Il pendolino elettrico.

**Esso è composto da una sfera di piccole** 9.2.2 Il pendolino elettrico

Il pendolino elettrico è un semplice dispositivo che permette di rilevare la presenza di cariche elettriche.



È costituito da una piccola sfera, generalmente realizzata in polistirolo espanso o in midollo di sambuco, rivestita con un sottile strato di materiale conduttore, come alluminio o grafite. La sfera è sospesa mediante un sottile filo isolante, per esempio di seta.

Vediamo che cosa accade se avviciniamo alla sfera una bacchetta di vetro che è stata elettrizzata positivamente mediante strofinio con un panno di seta.

L'esperimento si sviluppa in tre momenti fondamentali:

1. La sfera viene attratta dalla bacchetta.
2. La sfera entra in contatto con la bacchetta.
3. Dopo il contatto, la sfera viene respinta dalla bacchetta.

Come possiamo spiegare questi fenomeni?

## 1. Elettrizzazione della bacchetta

Durante lo strofinio tra la bacchetta di vetro e il panno di seta, alcuni elettroni passano dal vetro alla seta. La bacchetta perde quindi elettroni e rimane con un eccesso di carica positiva.

## 2. Avvicinamento della bacchetta alla sfera

Quando la bacchetta positiva viene avvicinata alla sfera del pendolino, gli elettroni presenti nel sottile rivestimento conduttore della sfera possono spostarsi liberamente.

Per effetto dell'**induzione elettrostatica**, gli elettroni si accumulano nella parte della sfera più vicina alla bacchetta. Questa regione assume quindi una carica negativa, mentre nella parte più lontana si determina un eccesso di carica positiva.

La sfera, nel suo complesso, rimane però **eletttricamente neutra**: si è modificata soltanto la distribuzione delle cariche al suo interno.

La sfera viene attratta dalla bacchetta perché la regione negativa, essendo più vicina alla bacchetta positiva, risente di una forza attrattiva maggiore rispetto alla forza repulsiva esercitata sulla regione positiva più lontana.

La sfera si sposta quindi verso la bacchetta fino a entrare in contatto con essa.

## 3. Il contatto tra la sfera e la bacchetta

Quando la sfera entra in contatto con la bacchetta, alcuni elettroni presenti sulla sfera possono trasferirsi verso la bacchetta positiva.

La sfera perde quindi elettroni e diventa **positivamente carica**.

Anche la bacchetta, ricevendo alcuni elettroni, diminuisce il proprio eccesso di carica positiva, ma rimane comunque positiva.

Dopo il contatto, quindi, **sfera e bacchetta possiedono cariche dello stesso segno**.

## 4. La repulsione

A questo punto la situazione è completamente diversa da quella iniziale. La sfera, che prima era neutra, è diventata positiva.

Poiché sia la bacchetta sia la sfera sono cariche positivamente, tra esse agisce una **forza repulsiva**.

La sfera viene quindi allontanata dalla bacchetta.

Il pendolino ha così mostrato una caratteristica interessante: la stessa bacchetta che inizialmente attirava la sfera, dopo il contatto la respinge.

## 5. Il pendolino come rivelatore di carica

Dopo il contatto, la sfera del pendolino conserva la carica acquisita e rimane quindi elettrizzata positivamente.

In generale, avvicinando alla sfera un corpo elettricamente carico, possiamo osservare un'attrazione oppure una repulsione. Il comportamento della sfera permette quindi di rilevare la presenza di carica elettrica e, in determinate condizioni, di ricavarne anche informazioni sul segno della carica.

Il pendolino elettrico rappresenta dunque uno strumento molto semplice, ma efficace, per mettere in evidenza i fenomeni di **induzione elettrostatica**, **elettrizzazione per contatto** e **interazione tra cariche elettriche**.

Figura 9.2

Figura 9.2.1

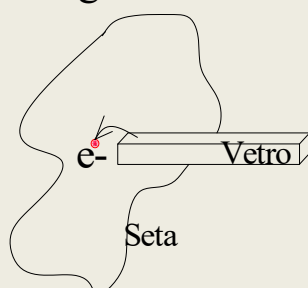


Figura 9.2.2



Figura 9.2.3

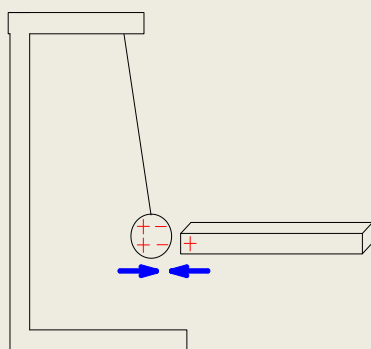


Figura 9.2.4

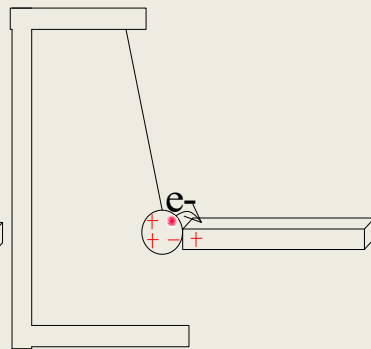
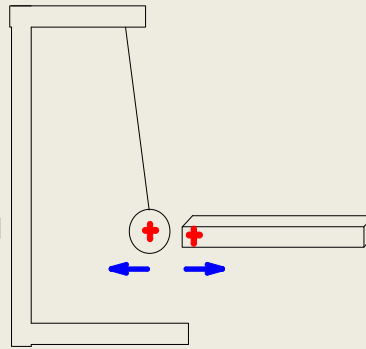


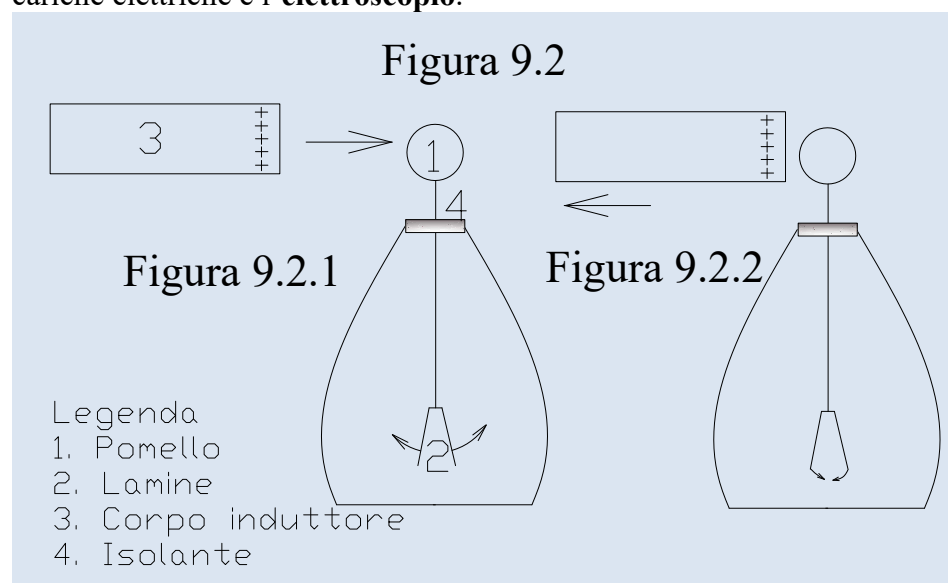
Figura 9.2.5



## 9.2.3 L'elettroscopio.

### 9.2.3 L'elettroscopio

Un altro semplice strumento utilizzato per rilevare la presenza di cariche elettriche è l'**elettroscopio**.



Un elettroscopio è costituito da una **bacchetta metallica** che termina, nella parte inferiore, con due sottili foglioline metalliche molto leggere, generalmente realizzate in oro. All'estremità superiore della bacchetta è presente invece un **pomello metallico**. L'intero sistema è racchiuso in un recipiente di vetro, che protegge le foglioline dalle correnti d'aria e impedisce che i loro movimenti siano provocati da cause esterne.

### Induzione elettrostatica nell'elettroscopio

Supponiamo di avvicinare al pomello dell'elettroscopio una bacchetta di vetro elettrizzata positivamente, senza metterla a contatto con il pomello.

La presenza della bacchetta carica provoca una **redistribuzione degli elettroni** all'interno della bacchetta metallica dell'elettroscopio. Gli elettroni vengono attratti verso il pomello, che si carica quindi negativamente. Nelle foglioline, invece, rimane un eccesso di carica positiva.

Le due foglioline possiedono ora cariche dello stesso segno e, di conseguenza, si **respingono**, aprendosi.

Se allontaniamo la bacchetta di vetro, viene meno l'azione che aveva provocato la separazione delle cariche. Gli elettroni tornano a distribuirsi uniformemente nell'elettroscopio e le foglioline ritornano nella posizione iniziale.

In questo caso, quindi, il corpo carico non ha trasferito alcuna carica all'elettroscopio: ha soltanto provocato una **separazione delle cariche per induzione**.

### **Elettrizzazione dell'elettroscopio per contatto**

La situazione cambia se la bacchetta carica viene messa a contatto con il pomello.

In questo caso alcuni elettroni possono trasferirsi tra la bacchetta e l'elettroscopio. La carica acquisita raggiunge, attraverso il pomello e la bacchetta metallica, anche le due foglioline.

Le foglioline assumono quindi cariche dello stesso segno e rimangono **divaricate anche dopo l'allontanamento della bacchetta**.

L'elettroscopio può quindi essere utilizzato non soltanto per rilevare la presenza di una carica, ma anche, attraverso un'opportuna procedura, per determinarne il **segno**.

### **Come determinare il segno di una carica**

Supponiamo innanzitutto di caricare l'elettroscopio per contatto utilizzando una bacchetta di vetro caricata positivamente.

L'elettroscopio acquista quindi una carica positiva e le sue foglioline si divaricano a causa della repulsione tra cariche dello stesso segno.

A questo punto avviciniamo al pomello, senza toccarlo, il corpo del quale vogliamo determinare il segno della carica.

Se il corpo è **positivo**, esso richiama ulteriormente gli elettroni verso il pomello. La carica positiva presente sulle foglioline aumenta e la loro repulsione diventa maggiore: **le foglioline si allontanano ulteriormente**.

Se invece il corpo è **negativo**, la sua presenza respinge gli elettroni verso le foglioline. La carica positiva delle foglioline diminuisce e, di conseguenza, diminuisce anche la forza repulsiva tra esse: **le foglioline si avvicinano**.

Possiamo quindi utilizzare il comportamento delle foglioline per stabilire il segno della carica del corpo in esame:

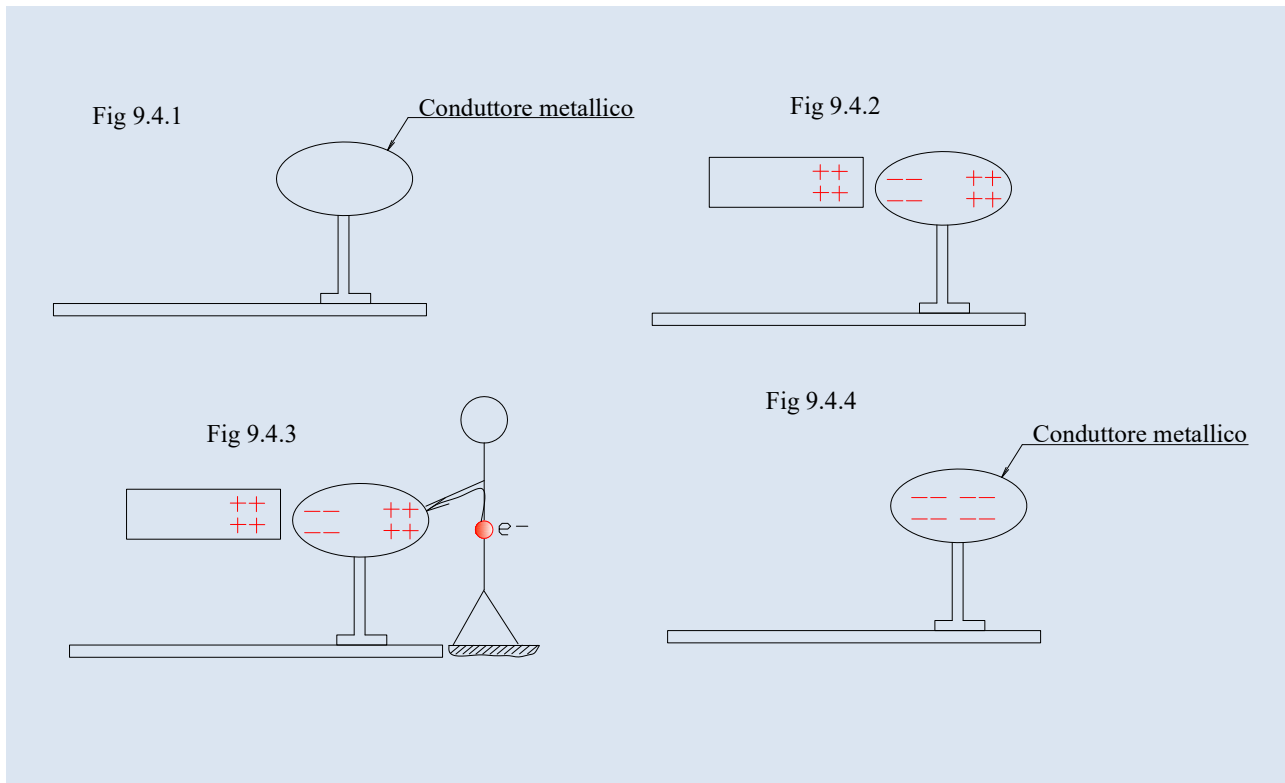
**foglioline più divaricate → carica positiva**

**foglioline meno divaricate → carica negativa**

Naturalmente, questa conclusione è possibile perché l'elettroscopio è stato preventivamente caricato con una carica di segno noto.

### 9.2.3 Elettrizzazione per induzione.

Il fenomeno dell'induzione elettrostatica ci permette di caricare elettricamente un conduttore metallico.



1. Si consideri un corpo metallico (Fig 9.4.1).
2. Si avvicina a tale corpo una bacchetta, ad esempio di vetro, carica positivamente (fig 9.4.2).
3. Per induzione la parte di conduttore vicina alla bacchetta si caricherà negativamente, mentre quella lontana positivamente (Fig 9.4.2).
4. Toccando il conduttore con un dito la carica positiva a destra è neutralizzata da elettroni richiamati dalla terra.
5. Allontanando, in ordine, il dito ed il corpo induttore, il conduttore rimane carico negativamente.

Si può anche spiegare il fenomeno della carica di conduttore pensando che, il conduttore stesso, il corpo umano e la terra si comportano come un unico conduttore che subisce il fenomeno dell'induzione elettrostatica. La parte di quest'unico conduttore più vicina al corpo induttore, si carica negativamente, mentre la parte più lontana, la terra, si carica positivamente.

### 9.2.4 L'elettroforo di Volta

L'**elettroforo di Volta**, ideato da Alessandro Volta nel 1775, è una macchina elettrostatica il cui funzionamento si basa sul fenomeno dell'**induzione elettrostatica**. La sua particolarità è che, una volta caricata la base, è possibile ottenere più volte cariche elettriche sul disco metallico senza dover ricaricare ogni volta la macchina.

L'elettroforo è costituito essenzialmente da due parti: una **base isolante**, realizzata con materiale resinoso, e un **disco metallico**, chiamato anche *scudo*, provvisto di un manico isolante.

Il funzionamento può essere descritto attraverso le seguenti fasi.

### 1. Caricamento della base

La base viene strofinata con un panno di lana. In seguito allo strofinio essa acquista una carica, che supporremo **negativa**.

### 2. Posizionamento dello scudo

Il disco metallico viene appoggiato sulla base carica.

La presenza della base negativa provoca, per **induzione elettrostatica**, una redistribuzione degli elettroni liberi presenti nello scudo. Gli elettroni vengono respinti verso la superficie superiore del disco, mentre la faccia rivolta verso la base presenta una carica positiva.

È importante sottolineare che, in questa fase, lo scudo nel suo complesso è ancora **elettricamente neutro**: le cariche positive e negative presenti al suo interno hanno semplicemente subito una separazione.

### 3. Collegamento dello scudo con la Terra

Mantenendo lo scudo appoggiato sulla base, si tocca con un dito la sua superficie superiore.

Il corpo umano costituisce un buon conduttore ed è in collegamento elettrico con la Terra. Gli elettroni presenti nella parte superiore dello scudo possono quindi trasferirsi verso la Terra, allontanandosi dalla base negativa che li respinge.

In questa situazione lo scudo, il corpo della persona e la Terra possono essere considerati come un unico sistema conduttore. La presenza della base negativa continua a determinare la distribuzione delle cariche, mantenendo sullo scudo una prevalenza di carica positiva.

A questo punto si compie un'operazione essenziale: **si allontana prima il dito e successivamente lo scudo dalla base**.

Una volta interrotto il collegamento con la Terra, lo scudo non può più ricevere o cedere cariche. Quando viene quindi separato dalla base, conserva la **carica positiva** acquisita.

Possiamo riassumere il processo nel modo seguente:

**base negativa → induzione nello scudo → collegamento con la Terra → uscita di elettroni → isolamento dello scudo → scudo carico positivamente**

### **Un processo che può essere ripetuto**

Un aspetto particolarmente interessante dell'elettroforo è che la base non deve essere ricaricata dopo ogni operazione.

La base, infatti, non cede direttamente la propria carica allo scudo. La sua funzione è quella di **provocare la separazione delle cariche e guidare il processo di induzione**. È il collegamento con la Terra a consentire l'allontanamento degli elettroni.

Per questo motivo, dopo aver caricato una sola volta la base, è possibile ripetere più volte la procedura e caricare successivamente numerosi scudi.

L'elettroforo permette quindi di ottenere una successione di cariche elettriche a partire da una sola carica iniziale della base.

### **Da dove proviene l'energia?**

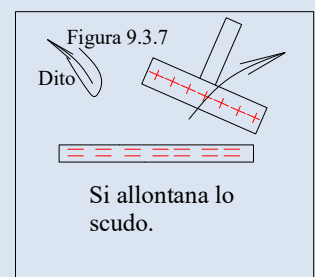
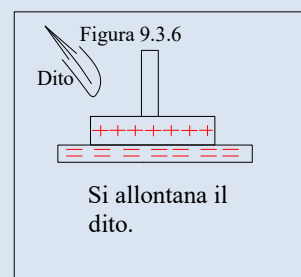
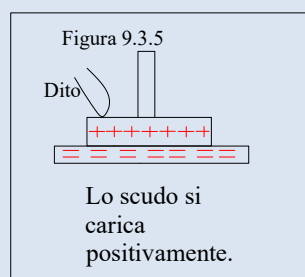
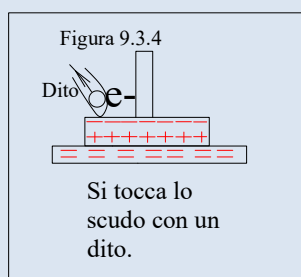
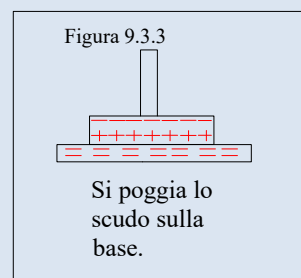
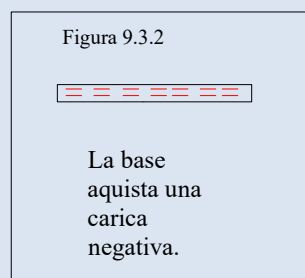
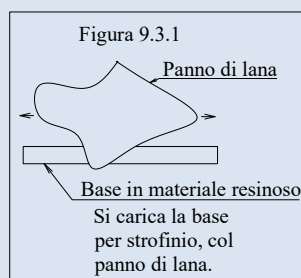
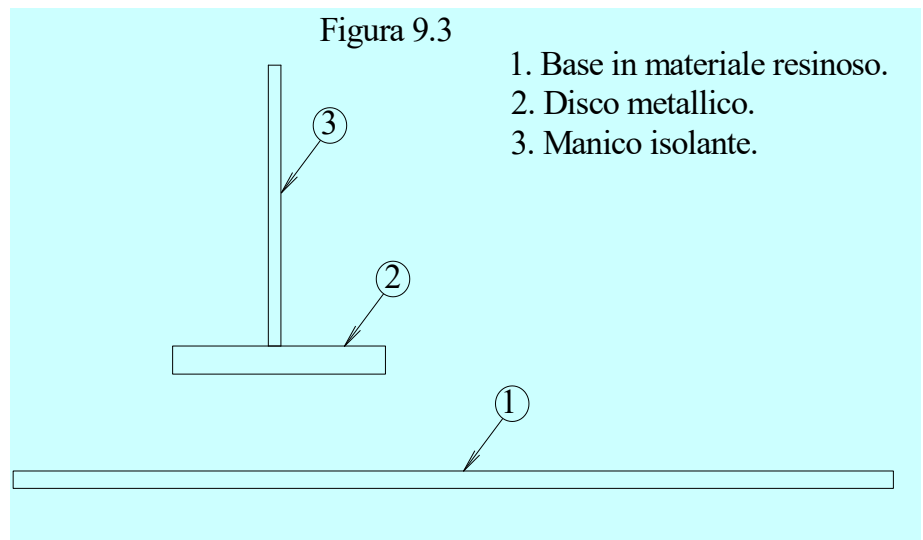
A prima vista, il funzionamento dell'elettroforo potrebbe sembrare un modo per produrre energia senza compiere lavoro. In realtà non è così.

Dopo che lo scudo è stato caricato, esso possiede una carica di segno opposto rispetto alla base. Tra i due corpi si esercita quindi una **forza di attrazione elettrostatica**.

Per separare lo scudo dalla base è necessario esercitare una forza esterna e compiere un **lavoro contro questa attrazione**.

È proprio questo lavoro meccanico a fornire l'energia necessaria al processo. L'energia elettrica associata alla carica accumulata sullo scudo non viene quindi creata dal nulla: deriva dal lavoro compiuto dall'agente esterno durante la separazione dello scudo dalla base.

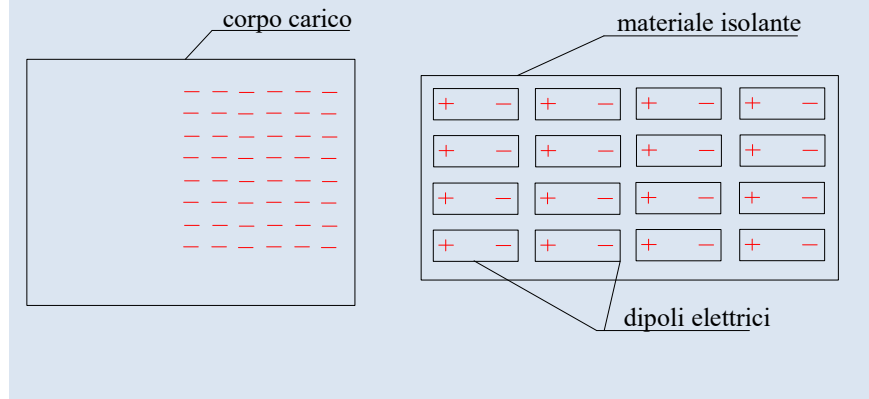
L'elettroforo di Volta rappresenta così una semplice ma importante applicazione dell'induzione elettrostatica e mostra in modo concreto il legame tra **lavoro meccanico ed energia elettrica**.



## 9.2.5 La polarizzazione degli isolanti.

Gli isolanti non presentano elettroni liberi disponibili alla conduzione come i metalli. Le cariche presenti negli atomi degli isolanti formano tuttavia dei dipoli elettrici. Un dipolo elettrico si può definire un sistema formato da due cariche di segno opposto molto vicine fra loro.

Figura 9.5

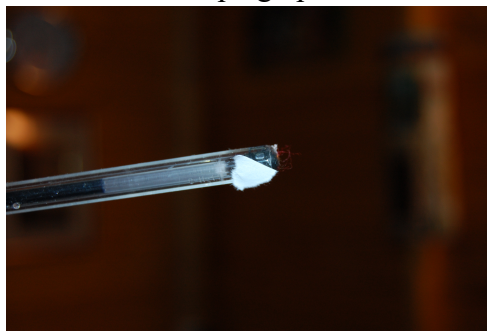


I dipoli elettrici non possono spostarsi ma possono orientarsi in presenza di un corpo elettrizzato.

La figura 9.5 mostra un corpo carico in prossimità di un isolante ed i dipoli dell'isolante orientati in virtù della presenza dell'oggetto elettrizzato.

Fra il corpo carico ed il dielettrico si generano delle forze di natura elettrica. In particolare vi saranno delle forze attrattive fra le cariche del corpo elettrizzato e le cariche positive dei dipoli e delle forze repulsive fra le cariche del corpo elettrizzato e le cariche negative dei dipoli. Poiché le cariche positive dei dipoli sono più vicine al corpo elettrizzato rispetto a quelle negative, la forza d'attrazione supera quella di repulsione ed in definitiva il corpo elettrizzato attrae il dielettrico.

Tale fenomeno spiega perché alcuni corpi elettrizzati sono in grado



di attrarre piccoli pezzetti di carta o di paglia. È possibile fare un semplice esperimento con una comune penna a sfera in plastica e la giacca di lana che indossate. Strofinando energicamente la penna sulla giacca ed avvicinando

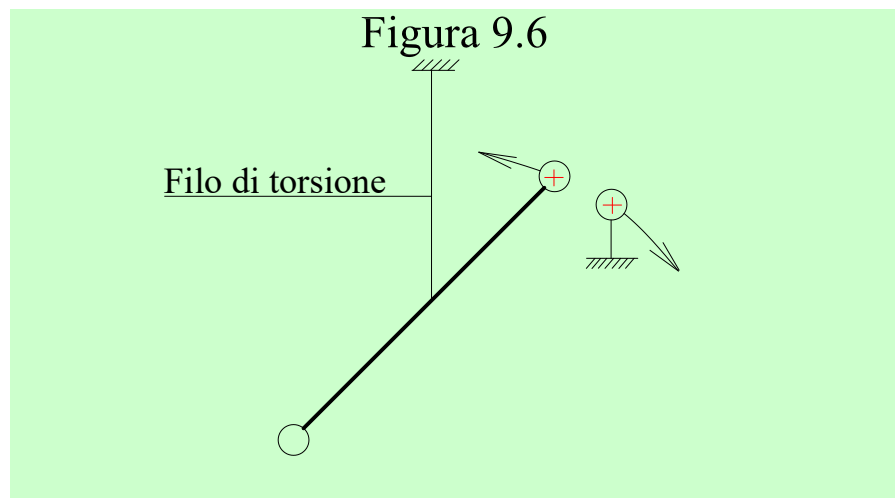
poi la penna ad un piccolo pezzettino di carta, ci si accorge che la carta è attratta dalla penna proprio in virtù dei fenomeni descritti.

## 9.2.6 La legge di Coulomb.

La legge di Coulomb prende il nome dallo scienziato Francese Coulomb vissuto fra il 1736 ed il 1806.

Coulomb scoprì il legame fra la forza elettrica esercitata fra due cariche, l'intensità delle cariche stesse e la loro distanza servendosi di una bilancia, detta bilancia di torsione.

Figura 9.6



La forza elastica dovuta alla torsione del filo bilancia la forza elettrica fra le cariche. Misurando la forza elastica è possibile conoscere anche l'intensità della forza elettrica.

Date due cariche puntiformi  $q_1$  e  $q_2$ , le forze  $F_{12}$  ed  $F_{21}$  esercitate rispettivamente dalla carica  $q_1$  sulla carica  $q_2$  e dalla carica  $q_2$  sulla carica  $q_1$ , per il principio di azione e reazione di Newton, hanno la stessa intensità, e posseggono le seguenti caratteristiche:

1. La loro direzione è quella della retta che congiunge le due cariche puntiformi.
2. Il loro verso è tale da produrre un'attrazione fra le cariche se sono di segno opposto ed una repulsione se sono dello stesso segno.
3. Il loro modulo è direttamente proporzionale a ciascuna delle cariche e quindi al loro prodotto,  $F \propto q_1 q_2$ , ed inversamente proporzionale al quadrato della distanza fra le cariche,  $F \propto \frac{1}{r^2}$ .

In definitiva, in termini matematici si ha:

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \text{Relazione 9.1}$$

Dove  $K = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$  **Relazione 9.2**

L'unità di misura della carica elettrica è il Coulomb ed è ricavata dall'unità di misura dell'intensità di corrente che è l'ampere, che nel sistema internazionale è una grandezza fondamentale. Per definire il Coulomb è pertanto necessario definire prima l'Ampere.

È possibile comunque dire che una carica ha un valore di un Coulomb quando attira o respinge un'altra carica uguale, posta a un metro di distanza, nel vuoto, con una forza di  $9 \times 10^9 \text{ N}$ .

**Due cariche puntiformi si attraggono o si respingono, in funzione dei segni, con una forza direttamente proporzionale alle singole cariche e quindi al loro prodotto ed inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza.**

mb

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$K = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

### ESERCIZIO 9.1

Si calcoli la forza esercitata fra due cariche puntiformi di un Coulomb poste alla distanza di un metro.

### Soluzione

Applichiamo la legge di Coulomb, si ha:

$$F = K \frac{q_1 q_2}{R^2} \cong 9 \times 10^9 \frac{1 \times 1}{1^2} = 9 \times 10^9 \text{ N}$$

### Considerazioni

L'esercizio, di facile soluzione, ha un importante scopo didattico. La forza esercitata fra due cariche di un Coulomb, poste ad una distanza di un metro, numericamente, coincide con la costante "K" che ha un valore molto elevato. L'intensità elevatissima della forza con cui le due cariche si attrarrebbero testimonia l'impossibilità fisica di concentrare una carica di un Coulomb, in un volume così piccolo, da potere essere considerato un punto.

### 9.2.6.1 La costante

$\epsilon_0$

La costante "K" è espressa in funzione di un'altra costante, " $\epsilon_0$ ", detta **costante dielettrica del vuoto**. La relazione che lega le due costanti fisiche "K" ed " $\epsilon_0$ " è la seguente:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

### Relazione 9.3

dove “ $\epsilon_0$ ” ha il seguente valore:

$$\epsilon_0 = 8,859 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$

### Relazione 9.4

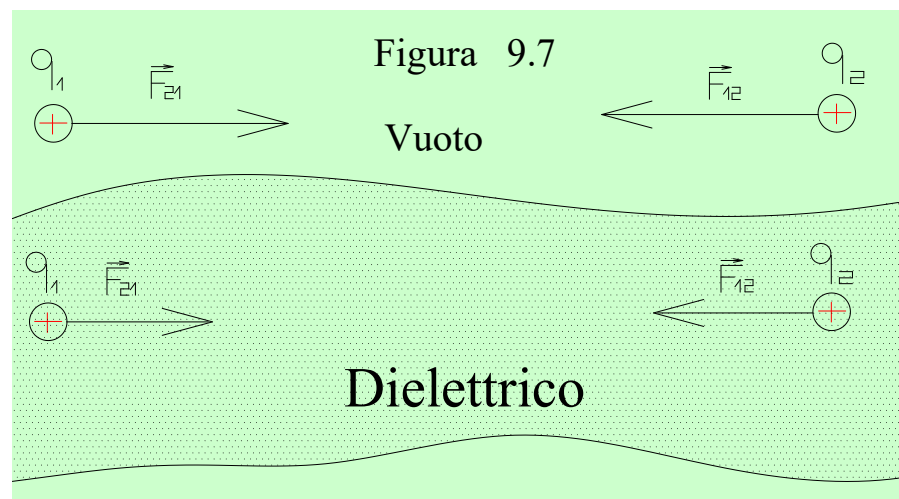
La presenza del numero “ $4\pi$ ” nell’espressione della costante “K” è motivata dal fatto che alcune formule che si ricavano a partire dalla legge di Coulomb, risultano semplificate, se quest’ultima è scritta con la costante K espressa secondo la relazione 9.3.

#### 9.2.6.2 La costante dielettrica relativa

Immaginiamo che due cariche elettriche , che fino ad ora abbiamo supposto essere nel vuoto, siano annegate in un materiale isolante, un dielettrico. È quasi spontanea la domanda: la forza con cui esse interagiranno sarà uguale a quella del vuoto?

La risposta a tale domanda è ragionevolmente no!

Un dielettrico è, infatti, modificato dalla presenza di cariche al suo interno, in particolare i dipoli elementari che esso contiene si orientano in virtù della presenza delle cariche. Ciò produce una variazione della forza con cui le cariche si attraggono .



In figura 9.7 sono rappresentate due cariche  $q_1$  e  $q_2$  , prima poste nel vuoto e poi in un materiale dielettrico. Indicando con  $F_{vuoto}$  ed  $F_{diel}$  rispettivamente le forze con cui le cariche interagiscono nel vuoto e nel dielettrico, si ha sempre:

$$F_{diel} < F_{vuoto}$$

In altre parole la forza con cui le cariche si attraggono o si respingono in presenza di un dielettrico, è sempre minore rispetto a quella con cui si attraggono o si respingono nel vuoto.

Se le cariche si trovano in un dielettrico, nella relazione 9.3, cioè

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \text{ dovrà comparire una costante diversa da } \epsilon_0, \text{ in}$$

quanto non siamo più nel vuoto. Indichiamo la nuova costante, che caratterizza il dielettrico con  $\epsilon_d$ . Indichiamo con  $F_0$  la forza che le due cariche esercitano l'una sull'altra nel vuoto e con " $F_d$ " quella nel dielettrico si ha:

### Relazione 9.5

$$F_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R^2} \quad \textbf{Forza nel vuoto}$$

### Relazione 9.6

$$F_d = \frac{1}{4\pi\epsilon_d} \frac{q_1 q_2}{R^2} \quad \textbf{Forza nel dielettrico.}$$

Definiamo una nuova costante detta " $\epsilon_r$ ", come rapporto fra la forza nel vuoto e la forza nel dielettrico, si ha:

$$\epsilon_r = \frac{F_0}{F_d} \quad \textbf{Relazione 9.7}$$

Sostituendo nella relazione 9.7 le relazioni 9.5 e 9.6 si ha:

$$\epsilon_r = \frac{F_0}{F_d} = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R^2}}{\frac{1}{4\pi\epsilon_d} \frac{q_1 q_2}{R^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R^2} \times \frac{4\pi\epsilon_d}{1} \frac{R^2}{q_1 q_2} = \frac{\epsilon_d}{\epsilon_0}$$

In definitiva:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon_d}{\epsilon_0} \quad \textbf{Relazione 9.8}$$

cioè la costante dielettrica relativa di un certo dielettrico, risulta data dal rapporto matematico fra la costante dielettrica del dielettrico

stesso  $\varepsilon_d$  e la costante dielettrica del vuoto  $\varepsilon_0$ . Passando dunque in rassegna le costanti prese in esame si ha:

**TABELLA 9.1**

|                                                          |                                                                 |
|----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| $\varepsilon_0 = 8,859 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$ | Costante dielettrica del vuoto.                                 |
| $\varepsilon_d$                                          | Costante dielettrica di un certo dielettrico                    |
| $\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_0}$    | Costante dielettrica di un certo dielettrico relativa al vuoto. |

La seguente tabella mostra la costante dielettrica relativa per alcuni materiali.

**TABELLA 9.2**

| Mezzo         | Costante dielettrica relativa $\varepsilon_r$ |
|---------------|-----------------------------------------------|
| Aria          | 1.00059                                       |
| Idrogeno      | 1.00026                                       |
| Acqua         | ca. 80                                        |
| Etanolo       | 25                                            |
| Etere etilico | 1.352                                         |
| Petrolio      | 2.1                                           |
| Vetro comune  | $5 \div 10$                                   |
| Plexiglas     | 3.40                                          |
| Mica          | 8                                             |
| Ebanite       | 2                                             |
| Paraffina     | 2.1                                           |
| Glicerolo     | 42.6                                          |

### 9.2.6.2 Braccio di ferro fra forza elettrica e forza gravitazionale.

La forza gravitazionale è estremamente debole rispetto alla forza elettrica. Per dimostrare ciò ci proporremo di calcolare il rapporto fra la forza elettrica con cui un protone ed un elettrone si attraggono e la forza gravitazionale. Indichiamo con “x” la distanza fra il protone e l’elettrone che rimane ovviamente inalterata, con “ $F_e$ ” la forza elettrica, con “ $F_g$ ” la forza gravitazionale, con “M” la

massa del protone, con “m” la massa dell’elettrone e con “q” il valore della carica che, a prescindere dal segno è uguale per il protone e per l’elettrone .

Le espressioni delle due forze saranno le seguenti:

$$F_e = K \frac{q^2}{x^2} \quad \textbf{FORZA ELETTRICA Relazione 9.9}$$

$$F_g = G \frac{Mm}{x^2} \quad \textbf{FORZA GRAVITAZIONALE Relazione 9.10}$$

Facciamo il rapporto membro a membro fra le relazioni 9.9 e 9.10 ottenendo:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{K \frac{q^2}{x^2}}{G \frac{Mm}{x^2}} = K \frac{q^2}{x^2} \times \frac{x^2}{GMn} = \frac{K}{G} \frac{q^2}{Mm}$$

In definitiva si ha:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{K}{G} \frac{q^2}{Mm}$$

Sostituendo i valori delle costanti K e G, delle masse del protone e dell’elettrone e della carica elettrica si ha:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{K}{G} \frac{q^2}{Mm} \cong \frac{9 \times 10^9}{6,67 \times 10^{-11}} \times \frac{(1,6 \times 10^{-19})^2}{1,67 \times 10^{-27} \times 9,11 \times 10^{-31}} \cong 2,3 \times 10^{39}$$

Eseguendo il rapporto matematico fra due grandezze troviamo quante volte l’una è contenuta nell’altra. Il rapporto fra forza elettrica e forza gravitazionale esercitate fra un protone ed un elettrone, è un numero incredibilmente grande! Immaginate che già dieci alla nona è pari a un miliardo.

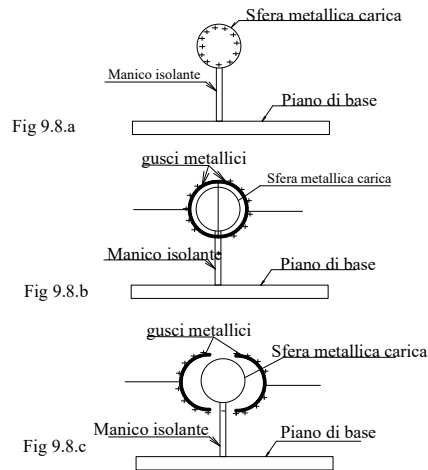
La forza gravitazionale con cui un elettrone è attratto dal nucleo in un atomo d’idrogeno è sicuramente trascurabile rispetto alla forza elettrica con cui lo stesso elettrone è attratto dal nucleo.

### 9.2.7 Carica elettrica sui conduttori, come si distribuisce?

Abbiamo appreso che è possibile caricare un corpo di materiale conduttore. È interessante scoprire se la carica in eccesso ha, per così dire, delle preferenze sulle parti del conduttore in cui permanere oppure no. Durante il processo di carica c’è un transitorio, in cui le cariche elettriche sono in movimento. Alla fine

del processo si raggiunge un equilibrio, detto equilibrio elettrostatico, che vede le cariche ferme.

È possibile condurre un semplice esperimento che ci permette di concludere che la carica elettrica in eccesso in un conduttore si distribuisce sulla superficie di esso.



In figura 9.8 a è rappresentata una sfera conduttrice connessa ad una base isolante.

La sfera è caricata positivamente; il processo di carica del conduttore sferico potrebbe avvenire, ad esempio, sfruttando il fenomeno dell'induzione elettrostatica, come mostrato in precedenza.

Sono accostate, a questo punto, alla sfera due gusci sferici come mostrato in figura 9.8.c. I due emisferi conduttori e la sfera formano un unico conduttore: i due gusci sferici sono, infatti, a contatto con la sfera conduttrice.

Allontanando i due gusci sferici è possibile constatare, con l'ausilio di un elettroscopio, ad esempio, che i gusci sono carichi positivamente, mentre la sfera è scarica. Di fatto la sfera ha trasferito tutta la sua carica ai gusci sferici.

I gusci sferici e la sfera formavano un unico conduttore di cui i gusci rappresentavano praticamente la superficie esterna su cui, com'è evidente, è concentrata tutta la carica elettrica. Allontanando i gusci dalla sfera, quest'ultima appare completamente scarica, pertanto la sfera era priva di carica anche quando i gusci erano a contatto con essa.

È possibile concludere che:

**Dato un conduttore elettrico carico, in una situazione di equilibrio elettrostatico, le cariche elettriche saranno distribuite sulla superficie esterna del conduttore stesso.**

### 9.2.8 Densità di carica elettrica.

Immaginiamo di trasmettere una certa quantità di carica  $Q$  su un conduttore sferico di raggio  $R$ . Ipotizziamo poi di trasferire la stessa quantità di carica  $Q$  ad un conduttore sferico di raggio  $2R$ . Benché la carica nei due casi sia la medesima, nella seconda situazione essa è distribuita su una superficie maggiore, quindi la densità di carica nel secondo caso è minore. È in un certo senso come diluire un cucchiaino di zucchero in un bicchiere d'acqua prima ed in un litro d'acqua dopo: pur essendo la quantità di zucchero identica, assaggiando la prima soluzione percepiremo il sapore dello zucchero, mentre nel secondo caso non lo avvertiremo quasi per niente. Definiamo la densità di carica come rapporto matematico fra la carica e la superficie in cui essa è distribuita.

$$\sigma = \frac{Q}{S} \quad \textbf{Relazione 9.9}$$

Nel caso di un conduttore sferico, com'è noto dalla geometria, si ha:  $S = 4\pi R^2$  e pertanto la relazione 9.9 diventa:

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2} \quad \textbf{Relazione 9.10}$$

Al raddoppiare del raggio della sfera la densità di carica diventa paria a un quarto rispetto alla precedente. Osserviamo adesso che nel caso di un conduttore sferico, per ragioni di simmetria, la carica si distribuirà in modo uniforme sulla superficie del conduttore. La superficie sferica ha sempre la stessa curvatura ed è intuitivo che della carica in eccesso debba ripartirsi in modo omogeneo. Un conduttore può avere una forma generica e pertanto la superficie di esso può avere una curvatura variabile punto per punto. In tal caso, non essendoci una situazione di simmetria, come nella sfera, la carica in eccesso non si distribuirà in modo uniforme su tutta la superficie. In altre parole considerando un clementino di superficie  $\Delta S$ , in un certo punto del conduttore, avremo una certa carica  $\Delta Q$ , se quell'elemento di superficie è posto in un'altra posizione nel conduttore, la carica  $\Delta Q$  sarà diversa.

La relazione 9.9 per un generico conduttore che non abbia dunque una superficie sferica, rappresenta una densità media di carica.

La densità di carica in un punto della superficie di un conduttore di forma generica, può essere definita in questo modo:

1. Consideriamo una superficie piccolissima " $\Delta S$ " centrata in quel punto.
2. Consideriamo la carica " $\Delta Q$ " presente in tale superficie elementare.
3. Definiamo la densità di carica in quel punto come il rapporto matematico  $\Delta Q / \Delta S$ .

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S} \quad \textbf{Relazione 9.11}$$

Poniamo adesso la seguente domanda: in un conduttore di forma generica dove ci aspettiamo che si addensi più carica, nei punti più spigolosi dove il raggio di curvatura è minore o nei punti meno spigolosi dove il raggio di curvatura è maggiore?

Gli esperimenti mostrano che si addensa più carica proprio nei punti in cui il conduttore presenta più spigolosità e quindi raggi di curvatura minori. In parole semplici le punte 'presentano una densità di carica maggiore.

Considerando la relazione 9.11 si evince che l'unità di misura della densità di carica è  $[C/m^2]$ , la densità di carica ha dunque le dimensioni di una carica per una lunghezza alla meno due. L'equazione dimensionale è dunque  $[ql^{-2}]$ .

## Modulo nono, parte seconda: campi e potenziali elettrici

### 9.2.9 Campo elettrico.

#### Il campo elettrico

Dopo aver introdotto il concetto di carica elettrica, possiamo porci una domanda fondamentale: **come possiamo stabilire se in un determinato punto dello spazio è presente un campo elettrico?**

Per verificarlo possiamo utilizzare una piccola carica elettrica, detta **carica di prova**, e collocarla nel punto dello spazio che vogliamo esaminare. Se la carica è sottoposta a una forza elettrica, possiamo concludere che in quel punto è presente un campo elettrico.

La carica di prova viene scelta, per convenzione, **positiva** e sufficientemente piccola. Il suo valore deve essere tale da non modificare in modo apprezzabile la distribuzione delle cariche che genera il campo.

Supponiamo quindi di collocare una carica di prova  $q$  in un punto dello spazio e indichiamo con  $F$  la forza elettrica che agisce su di essa. Il **campo elettrico  $E$**  in quel punto è definito come il rapporto tra la forza elettrica  $F$  e la carica di prova  $q$ :

$$E = F / q$$

Questa relazione costituisce la definizione operativa del campo elettrico.

È importante osservare che il campo elettrico, in generale, **varia da un punto all'altro dello spazio**. Infatti, spostando la carica di prova,

può cambiare la forza elettrica che agisce su di essa e, di conseguenza, può cambiare anche il valore del campo.

Dalla definizione possiamo ricavare alcune importanti proprietà.

### **Il campo elettrico è una grandezza vettoriale.**

La forza elettrica  $F$  è una grandezza vettoriale e il campo elettrico si ottiene moltiplicandola per lo scalare  $1/q$ :

$$E = (1/q) F$$

Il risultato è quindi ancora una grandezza vettoriale.

### **Direzione e verso del campo elettrico**

Poiché la carica di prova viene scelta positiva, il vettore campo elettrico  $E$  ha, nel punto considerato, **la stessa direzione e lo stesso verso della forza elettrica** che agisce sulla carica di prova.

La scelta di una carica di prova positiva è puramente convenzionale, ma consente di stabilire in modo univoco il verso del campo elettrico.

### **Il campo elettrico non dipende dalla carica di prova**

Il valore del campo elettrico in un punto non dipende dal particolare valore della carica di prova utilizzata per determinarlo. Se aumentassimo la carica di prova, aumenterebbe nella stessa proporzione anche la forza elettrica su di essa, lasciando invariato il rapporto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

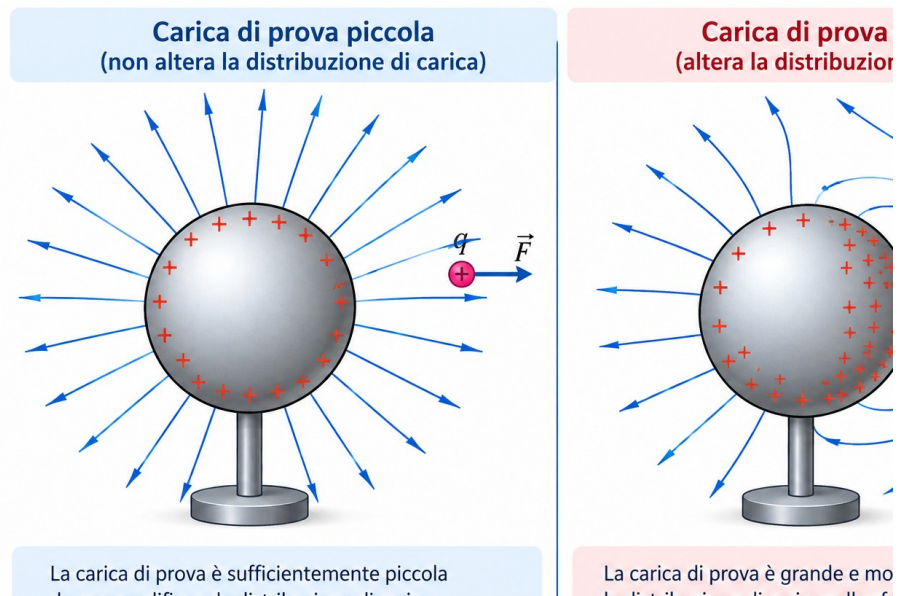
**Il campo elettrico in un determinato punto dello spazio è definito dal rapporto matematico fra la forza agente su una carica test, positiva, sufficientemente piccola, posta in quel punto, ed il valore della carica stessa.**

Questa proprietà è fondamentale: il campo elettrico è una caratteristica dello spazio determinata dalle **cariche che lo generano**, non dalla carica utilizzata per misurarlo.

## La carica di prova deve essere piccola

La carica di prova deve essere sufficientemente piccola da non modificare in modo apprezzabile il campo che si vuole misurare.

Se, infatti, utilizzassimo una carica troppo grande, essa potrebbe alterare la distribuzione delle cariche sorgenti e quindi modificare il campo stesso. In questo caso il valore ottenuto dal rapporto  $F/q$  non rappresenterebbe più, con buona approssimazione, il campo preesistente.



In fisica si considera quindi una carica di prova **sufficientemente piccola da rendere trascurabile l'effetto della sua presenza sul sistema che si sta studiando.**

## Unità di misura

Dalla relazione

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

possiamo ricavare l'unità di misura del campo elettrico nel Sistema Internazionale.

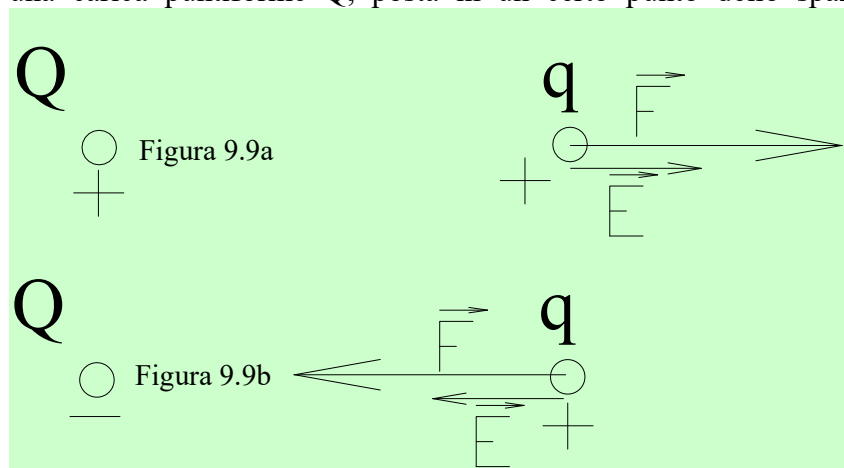
La forza si misura in newton (N), mentre la carica elettrica si misura in coulomb (C). Pertanto l'unità di misura del campo elettrico è:

**N/C**

cioè **newton per coulomb.**

## 9.2.10 Campo elettrico generato da una carica puntiforme.

Ci occuperemo adesso di determinare il campo elettrico generato da una carica puntiforme  $Q$ , posta in un certo punto dello spazio.



Nelle figure 9.9 la carica  $Q$  è quella di cui vogliamo conoscere il campo elettrico, mentre la carica  $q$  è la **carica test**, o **carica spia**, che utilizziamo per rilevare il campo elettrico nel punto considerato.

Come abbiamo già visto, per convenzione la carica test viene scelta positiva. Se la carica  $Q$  è positiva, la forza esercitata da  $Q$  sulla carica test  $q$  è repulsiva e, di conseguenza, il campo elettrico ha lo stesso verso della forza: è diretto **allontanandosi dalla carica  $Q$**  (figura 9.9a).

Se invece  $Q$  è negativa, la forza esercitata sulla carica test è attrattiva e il campo elettrico è diretto **verso la carica  $Q$**  (figura 9.9b).

Possiamo quindi trarre alcune importanti conclusioni sul campo elettrico generato da una carica puntiforme.

**1.** Il campo elettrico generato da una carica puntiforme, in un determinato punto dello spazio, ha come direzione quella della retta che congiunge il punto in cui è posta la carica  $Q$  con il punto nel quale stiamo valutando il campo.

**2.** Il verso del campo elettrico è **uscente** dalla carica  $Q$  se essa è positiva, mentre è **entrante**, cioè diretto verso  $Q$ , se essa è negativa (figura 9.10).

[Figura 9.10]

**Il modulo del campo elettrico**

Occupiamoci adesso di determinare il **modulo** del campo elettrico generato da una carica puntiforme.

Ricordiamo innanzitutto che la forza esercitata dalla carica Q sulla carica test q è descritta dalla legge di Coulomb:

$$F = K |Q q| / r^2 \text{ Relazione 9.13}$$

Per definizione, il campo elettrico in un punto è dato dal rapporto tra il modulo della forza esercitata sulla carica test positiva e il valore della carica stessa:

$$E = F / q \text{ Relazione 9.15}$$

Sostituendo nella definizione del campo elettrico l'espressione della forza di Coulomb, otteniamo:

$$E = K |Q| / r^2 \text{ Relazione 9.16}$$

Il **modulo del campo elettrico generato da una carica puntiforme Q** a una distanza r è quindi direttamente proporzionale al valore assoluto della carica Q e inversamente proporzionale al quadrato della distanza r.

Possiamo riassumere quanto abbiamo trovato:

### **Campo elettrico generato da una carica puntiforme**

1. La direzione del campo è quella della retta che congiunge la carica Q con il punto nel quale stiamo valutando il campo.
2. Il verso del campo è uscente da Q se Q è positiva e diretto verso Q se Q è negativa.
3. Il modulo del campo è:

$$E = K |Q| / r^2$$

dove K è la costante che compare nella legge di Coulomb.

Ricordiamo che il valore di K dipende dal mezzo nel quale si trovano le cariche.

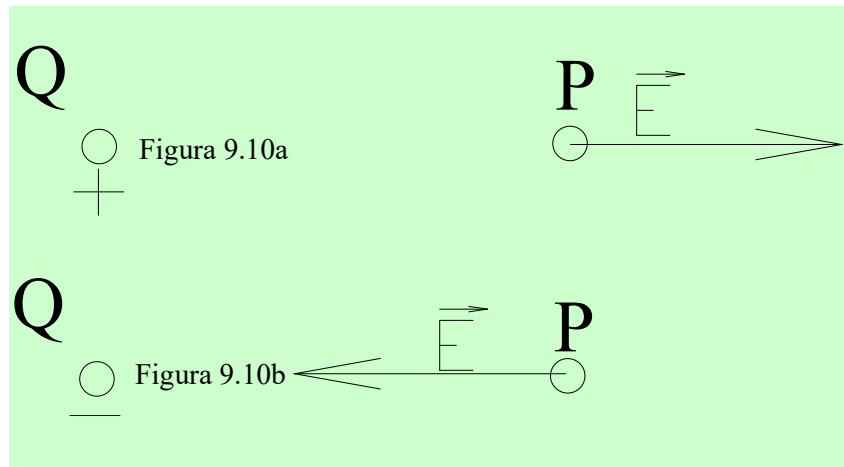
Nel vuoto:

$$K = 1 / (4 \pi \epsilon_0)$$

mentre, in un mezzo caratterizzato da una costante dielettrica relativa  $\epsilon_r$ :

$$K = 1 / (4 \pi \epsilon_0 \epsilon_r) \text{ Relazione 9.17}$$

Dalla relazione 9.16 possiamo quindi osservare che, a parità di carica  $Q$ , il campo elettrico diminuisce con il quadrato della distanza dalla carica che lo genera.



### **Campo elettrico generato da una carica puntiforme.**

**1. Il campo elettrico generato da una carica puntiforme, in un certo punto dello spazio, ha come direzione quella individuata dalla congiungente i due punti: quello in cui è posta la carica ed il punto in cui desideriamo valutare il campo.**

**2. Il verso del campo elettrico è uscente dalla carica puntiforme  $Q$  se quest'ultima è positiva, (figura 9.10a), al contrario è entrante (figura 9.10b).**

**3. Il modulo del campo elettrico è pari a**

$$E = \frac{kQ}{r^2} \quad \text{Relazione 9.16}$$

| <b>Esercizio 9.2</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <b>Soluzione</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Due cariche elettriche sono inizialmente poste nel vuoto ad una certa distanza <math>d</math>. Successivamente vengono immerse in dell'etanolo. Si calcoli quante volte la forza esercitata fra esse nel vuoto è maggiore di quella esercitata nell'etanolo, sfruttando i dati contenuti nella tabella 9.2.</p>                                              | <p>Nelle due situazioni, cariche nel vuoto e cariche nell'etanolo, il valore delle due cariche elettriche e la loro distanza sono le stesse. Facciamo la seguente premessa: date due grandezze fisiche "a" e "b" se desidero conoscere quante volte la grandezza a è maggiore della grandezza b, è sufficiente eseguire il rapporto matematico fra le due grandezze, cioè calcolare <math>a/b</math>. Il nostro problema può pertanto essere risolto scrivendo l'espressione della forza fra le due cariche nel vuoto e quella nel dielettrico e facendone il rapporto matematico.</p> <p>Si ha:</p> $F_{VUOTO} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{Qq}{r^2}; F_{ETANOLO} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_R} \times \frac{Qq}{r^2}$ <p>Facendo il rapporto membro a membro fra le due relazioni si ha:</p> $\frac{F_{VUOTO}}{F_{ETANOLO}} = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{Qq}{r^2}}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_R} \times \frac{Qq}{r^2}} = \frac{1}{\epsilon_R} = \epsilon_R = 25$ $\frac{F_{VUOTO}}{F_{ETANOLO}} = \epsilon_R = 25$ <p>La forza con cui le cariche in esame si attraggono nel vuoto è venticinque volte maggiore rispetto a quella con cui le stesse cariche, poste alla stessa distanza si attraggono nel vuoto.</p> |
| <b>Esercizio 9.2</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <b>Soluzione</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <p>Due cariche elettriche poste ad una distanza di 60 cm, nel vuoto, si attraggono con una forza di quattro Newton. Quale valore assumerà la forza se le cariche vengono portate ad una distanza di 120 cm, sempre rimanendo nel vuoto? Quale valore assumerà la forza se le cariche vengono poste ad una distanza di 120 cm in un contenitore di petrolio?</p> | <p>La distanza fra le due cariche, prima di 60 cm e poi di 120 cm, è raddoppiata. Indicando con "r" e con <math>F_1</math> la distanza e la forza prima dello spostamento e con "2r" ed <math>F_2</math> la distanza e la forza dopo lo spostamento si ha:</p> $F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{Qq}{(2r)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{Qq}{4r^2} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{Qq}{r^2} \right) = \frac{1}{4} F_1$ $F_2 = \frac{1}{4} F_1 = \frac{1}{4} 4 = 1N$ <p>Nota che raddoppiando la distanza fra le cariche, la forza non si dimezza ma diviene pari a 1/4 rispetto al valore iniziale. Se la distanza si fosse triplicata la forza sarebbe divenuta nove volte più piccola.</p> <p>Prova tu a rispondere alla seconda domanda dell'esercizio.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |

| <b>Esercizio 9.3</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <b>Soluzione</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>La punta di una penna a sfera è elettrizzata per strofinio ed è posta ad una certa distanza da un pezzettino di carta avente massa di <math>10^{-3}</math> g. Il pezzetto di carta, inizialmente fermo, è attratto verso la punta della penna con un'accelerazione supposta costante e pari a <math>10 \text{ m/s}^2</math>. Sapendo che la carica indotta all'estremità della carta è pari a <math>1.6 \times 10^{-6} \text{ C}</math> e considerandola puntiforme, si calcoli il campo elettrico nel punto in cui si trova il pezzetto di carta.</p> | <p>Nota la massa del pezzetto di carta e la sua accelerazione è possibile calcolare la forza agente su di esso applicando la seconda legge della dinamica. Si ha:</p> $F = ma = (10^{-6} \text{ kg}) \cdot (10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) = 10^{-5} \text{ N}$ <p>Il campo elettrico nel punto in cui il pezzetto di carta è posto sarà:</p> $E = \frac{F}{q} = \frac{10^{-5} \text{ N}}{1,6 \times 10^{-6} \text{ C}} = 6,25 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ |

### 9.2.11 Principio di sovrapposizione degli effetti.

#### Il principio di sovrapposizione dei campi elettrici

Immaginiamo che nello spazio siano presenti due cariche puntiformi  $q_1$  e  $q_2$ , come mostrato in figura 10.

[Figura 10]

Consideriamo un punto P dello spazio.

Se fosse presente soltanto la carica  $q_1$ , essa genererebbe nel punto P un campo elettrico  $\vec{E}_1$  (figura 10a).

Se fosse presente soltanto la carica  $q_2$ , essa genererebbe invece nel punto P un campo elettrico  $\vec{E}_2$  (figura 10b).

Quando le due cariche sono presenti contemporaneamente, il campo elettrico risultante nel punto P è dato dalla **somma vettoriale** dei due campi:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Questo risultato prende il nome di **principio di sovrapposizione dei campi elettrici**.

In altre parole, ciascuna carica contribuisce al campo elettrico nel punto P con il campo che genererebbe se fosse presente da sola; il campo complessivo si ottiene poi sommando **vettorialmente** tutti questi contributi.

Il principio di sovrapposizione può essere esteso a un numero qualsiasi di cariche puntiformi. Se nello spazio sono presenti N cariche, il campo elettrico risultante nel punto P è:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n$$

Figura 10

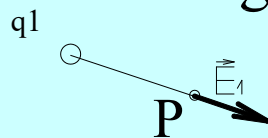


Figura 10a

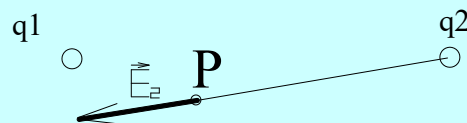


Figura 10b

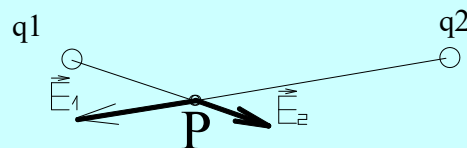


Figura 10c

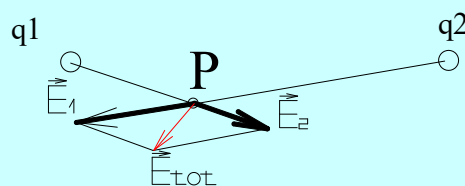


Figura 10d

| <b>Approfondimento 9.5</b><br><b>Esercizio</b>                                                                                                                                                                                                        | <b>Soluzione</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <div data-bbox="304 1534 620 1877" data-label="Image"> </div> <p>Le cariche <math>q_1</math> e <math>q_2</math> sono uguali e pari a <math>10^{-3}</math> C.<br/>Sapendo che la misura del segmento AP è pari a 3 m e la misura del segmento PC è</p> | <p>Indicando con “c” la misura del segmento AC con “a” la misura del segmento AP e con “b” la misura del segmento PC ed applicando il teorema di Pitagora si ha:</p> $c = \sqrt{(a^2 + b^2)} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5m$ <p>Le intensità <math>E_1</math> ed <math>E_2</math> dei due campi generati dalle due cariche saranno uguali. Posto<br/> <math>E_1 = E_2 = E</math> e<br/> <math>q_1 = q_2 = q</math> si ha:</p> $E = K \frac{q}{r^2} \cong 9 \times 10^9 \frac{10^{-3}}{5^2} \cong 3,6 \times 10^5 \frac{N}{C}$ <p>Per calcolare l'intensità del campo elettrico</p> |

pari a 4 m, si calcolino le intensità dei campi elettrici nel punto C dovuti alle singole cariche. Si calcoli poi l'intensità del campo elettrico totale.

complessivo è possibile applicare il teorema dei coseni di Carnot, al triangolo CDE. In particolare si ha:

$$E_{tot} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \alpha}$$

Nel nostro caso  $E_1 = E_2 = E$  si ha pertanto:

$$E_{tot} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \alpha} = \sqrt{2E^2 - 2E^2 \cos \alpha} =$$

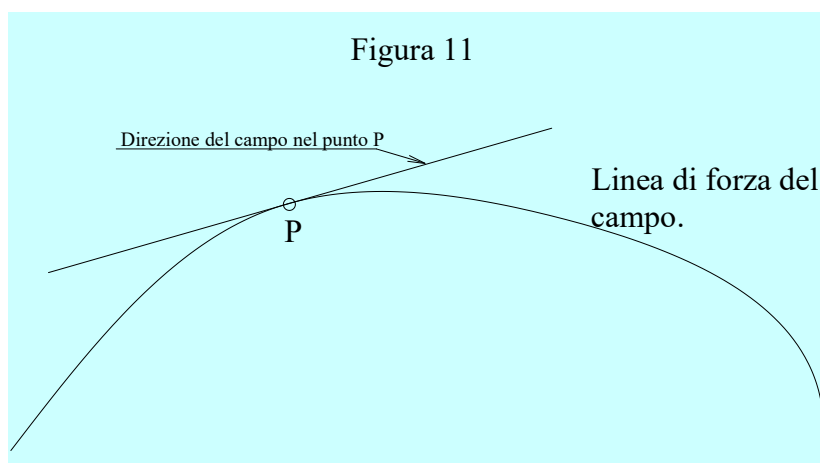
$$E\sqrt{2(1 - \cos \alpha)} = 3,6 \times 10^5 \sqrt{2(1 - \cos 120)} \cong 6,23 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

## 9.2.12 Linee di forza del campo elettrico.

È comodo rappresentare un campo elettrico, in una certa regione dello spazio, mediante delle linee di forza.

- **Le linee di forza sono delle linee la cui tangente in un punto rappresenta la direzione del campo in quel punto.**
- **Le linee di forza hanno per convenzione lo stesso verso del campo elettrico.**

Nota la configurazione delle linee di forza e scelto un punto di una di esse, per individuare la direzione del campo in quel punto è sufficiente disegnare una retta tangente alla linea in quel punto, come mostrato in figura 11.



### 9.2.13 Linee di forza generate da una carica puntiforme.

La figura 12 mostra le linee di forza del campo elettrico generate da una carica puntiforme. La carica di figura 12 a è positiva e le linee di forza sono uscenti da essa. Le linee di forza hanno lo stesso verso del campo elettrico.

Avvicinandosi alla carica le linee sono più fitte, ciò testimonia la presenza di un campo più intenso.

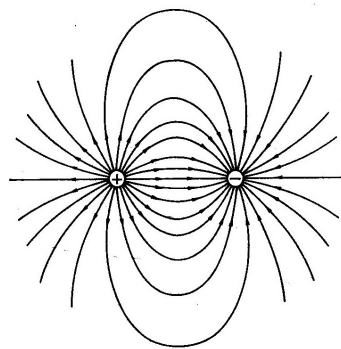
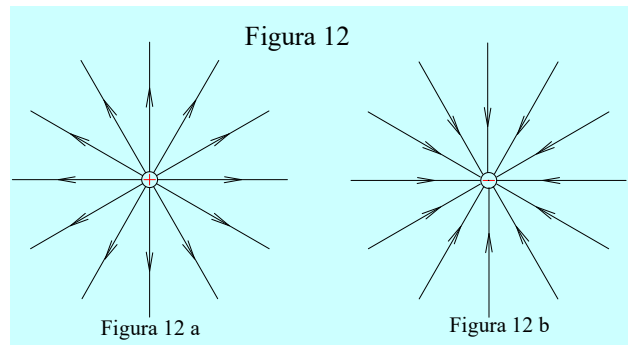
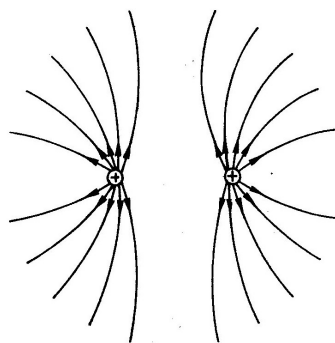


**Figura 13**

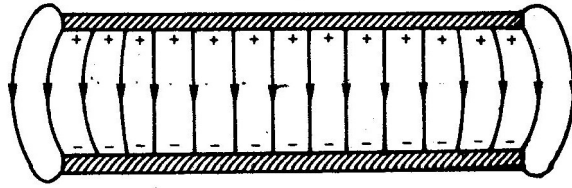
In figura 14 sono, invece mostrate le linee di forza generate da due cariche uguali e di ugual segno, poste ad una certa distanza.

**Figura 14**



Immaginiamo adesso due piastre metalliche disposte parallelamente fra di loro, a piccola distanza l'una dall'altra, come mostrato in figura 15.

**FIGURA 15**



Lontano dai bordi delle piastre il campo elettrico sarà costante in tutti i punti dello spazio compreso fra i due corpi metallici e le sue linee di forza saranno parallele. In corrispondenza dei bordi, invece, le linee del campo si presentano curve.

#### **9.2.14 Linee di forza: come visualizzarle.**

Le linee di forza di un campo elettrico sono, ovviamente invisibili. È tuttavia possibile visualizzarle ricorrendo a degli espedienti. Nel caso del campo generato da due cariche puntiformi, le cariche stesse possono essere ottenute mediante due appuntiti elettrodi metallici, a cui è applicata una differenza di potenziale. Gli elettrodi sono immersi in dell'olio contenuto in una vaschetta, in cui vi sono, in sospensione, dei semi d'erba, ad esempio semi di lino.

I semini d'erba, in presenza del campo elettrico, si polarizzano presentando una carica positiva concentrata ad una delle estremità ed una uguale e di segno opposto concentrata all'altra estremità. Ognuno dei dipoli elettrici così ottenuti si dispone lungo le linee di forza del campo rendendole visibili.

#### **9.2.15 Quando una forza è conservativa?**

##### **9.2.15 Quando una forza è conservativa?**

**Una forza è conservativa quando il lavoro da essa compiuto lungo un percorso chiuso è nullo.**

Immaginiamo che una carica elettrica si muova dal punto A al punto B sotto l'azione di un campo elettrostatico.

Durante questo spostamento la forza elettrica può compiere un lavoro sulla carica. Se, per esempio, la forza è costante e parallela allo spostamento, il lavoro è dato dal prodotto tra il modulo della forza e lo spostamento:

$$L = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s}$$

Consideriamo adesso un caso particolare: immaginiamo che la carica percorra un **cammino chiuso**, tornando al punto di partenza.

Per seguire un determinato percorso, la carica può essere sottoposta anche ad altre forze, esercitate per esempio da un agente esterno. Ciò non impedisce alla forza elettrica di compiere, durante il percorso, il proprio lavoro.

Il campo elettrostatico è **conservativo**. Pertanto, indipendentemente dal percorso seguito, il lavoro complessivo compiuto dalla forza elettrica lungo un cammino chiuso è nullo:

$$L = 0$$

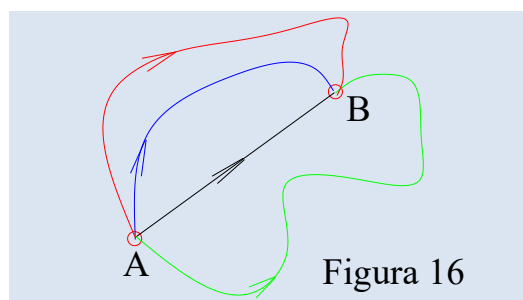
Possiamo quindi affermare:

**Una forza è conservativa, quando il lavoro da essa compiuto lungo un percorso chiuso è nullo.**

### Il lavoro non dipende dal percorso

Il fatto che il lavoro compiuto da una forza conservativa lungo un percorso chiuso sia nullo ha una conseguenza importante.

Il lavoro compiuto da una forza conservativa per spostare una particella da un punto A a un punto B **non dipende dal particolare cammino seguito**, ma soltanto dai punti di partenza e di arrivo.



In altre parole, come mostrato in figura 16, il lavoro compiuto dalla forza elettrica per spostare una carica da A a B è lo stesso qualunque sia il percorso scelto tra i due punti.

Possiamo quindi seguire uno qualunque degli infiniti cammini che collegano A e B: il lavoro della forza elettrica sarà sempre lo stesso.

Questa proprietà sarà fondamentale per introdurre il concetto di **energia potenziale elettrica**.



## Approfondimento 9.6

### Approfondimento 9.6

Dimostreremo adesso che il lavoro compiuto da una **forza conservativa** non dipende dal particolare percorso scelto.

[Figura 17]

Consideriamo i due punti A e B e i due possibili percorsi ACB e ADB che li collegano, come mostrato in figura 17.

Indichiamo con  **$L(AA)$**  il lavoro compiuto dalla forza lungo il percorso chiuso  $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$ , nel verso indicato in figura.

Poiché la forza è conservativa, il lavoro compiuto lungo un percorso chiuso è nullo:

$$L(AA) = 0$$

Possiamo suddividere il percorso chiuso nei due tratti ACB e BDA. Pertanto:

$$L(AA) = L(ACB) + L(BDA) = 0$$

da cui:

$$L(ACB) = -L(BDA) \quad (1)$$

La relazione (1) ci dice che il lavoro compiuto dalla forza lungo il percorso ACB è uguale e opposto, in segno, al lavoro compiuto lungo il percorso BDA.

Consideriamo ora il percorso ADB, che porta da A a B seguendo il verso opposto rispetto al tratto BDA. Invertendo il verso di percorrenza, il lavoro cambia segno:

$$L(ADB) = -L(BDA) \quad (2)$$

Confrontando le relazioni (1) e (2), otteniamo:

$$L(ACB) = L(ADB)$$

Abbiamo quindi dimostrato che il lavoro compiuto dalla forza conservativa per portare una particella da A a B è lo stesso sia seguendo il percorso ACB sia seguendo il percorso ADB.

**Ciò che conta sono il punto di partenza e il punto di arrivo, non il particolare cammino seguito.**

Poiché lo stesso ragionamento può essere applicato a qualunque coppia di percorsi che colleghino A e B, possiamo concludere che:

**Il lavoro compiuto da una forza conservativa per spostare una particella da un punto A a un punto B è indipendente dal percorso seguito.**

Dipende soltanto dai punti iniziale e finale.



## 9.2.16 Il campo elettrico è conservativo.

Il campo elettrico, come quello gravitazionale è un campo conservativo.

Quando una carica si sposta descrivendo un percorso chiuso, pertanto, la forza del campo elettrico non compie lavoro e come conseguenza, il lavoro compiuto dalla forza elettrica quando una carica si sposta da un punto A ad un punto B non dipende dal particolare cammino scelto per procedere da A verso B.

### Approfondimento 9.7

#### Approfondimento 9.7

Dimostreremo, per il caso di un **campo elettrico uniforme**, che il lavoro compiuto dalla forza elettrica non dipende dal particolare cammino seguito.

[Figura 17]

Consideriamo un campo elettrico uniforme, come mostrato in figura 17, e calcoliamo il lavoro compiuto dalla forza elettrica quando una carica si sposta da A a B, scegliendo dapprima come cammino il segmento di retta AB e successivamente la spezzata ACB.

Indichiamo i due lavori rispettivamente con  $L_{AB}$  e  $L_{ACB}$ .

Supponiamo che la carica sia positiva. La forza elettrica agente su di essa avrà allora la stessa direzione e lo stesso verso del campo elettrico.

Il lavoro di una forza costante è dato dal prodotto scalare tra il vettore forza e il vettore spostamento. Indicando con L il lavoro, con F il modulo della forza, con s il modulo dello spostamento e con  $\theta$  l'angolo formato dai due vettori, si ha:

$$L = F s \cos \theta$$

Nel primo caso, la forza e lo spostamento hanno la stessa direzione e lo stesso verso. L'angolo  $\theta$  è quindi uguale a zero e, poiché  $\cos 0^\circ = 1$ :

$$L_{AB} = F s$$

dove  $s$  è, in questo caso, la lunghezza del segmento AB.

Consideriamo adesso il percorso lungo la spezzata ACB.

Il lavoro complessivo è dato dalla somma dei lavori compiuti lungo i due tratti AC e CB:

$$L_{ACB} = L_{AC} + L_{CB}$$

Nel tratto AC, la forza e lo spostamento formano un angolo  $\theta$ , mentre nel tratto CB lo spostamento è perpendicolare alla forza e quindi forma con essa un angolo di  $90^\circ$ .

Pertanto:

$$L_{ACB} = F \cdot AC \cdot \cos \theta + F \cdot CB \cdot \cos 90^\circ$$

Poiché:

$$\cos 90^\circ = 0$$

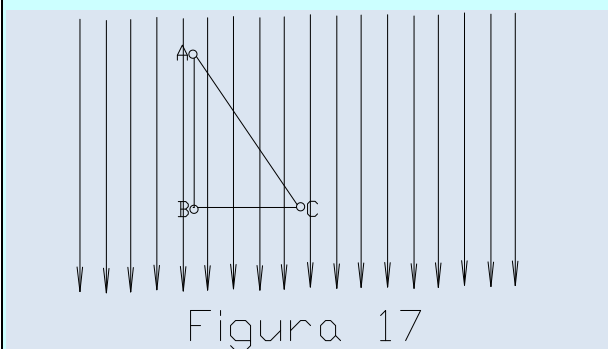
il secondo termine è nullo. Rimane quindi:

$$L_{ACB} = F \cdot AC \cdot \cos \theta$$

Osserviamo ora che  $AC \cos \theta$  rappresenta la proiezione del segmento AC sulla direzione del campo elettrico. Dalla figura si vede che tale proiezione coincide con AB:

$$AC \cos \theta = AB = s$$

Di conseguenza:



$$L_{ACB} = F s$$

Ma avevamo già trovato che:

$$L_{AB} = F s$$

Pertanto:

$$L_{ACB} = L_{AB}$$

Abbiamo così dimostrato che, in un campo elettrico uniforme, il lavoro compiuto dalla forza elettrica per spostare una carica da A a B è lo stesso sia seguendo il segmento AB sia seguendo la spezzata ACB.

Il lavoro, quindi, **non dipende dal particolare percorso seguito, ma soltanto dal punto di partenza e dal punto di arrivo.**

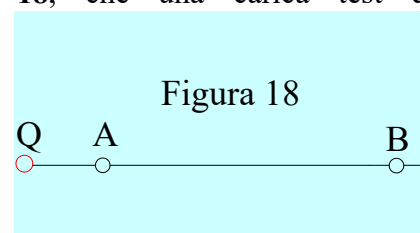
## 9.2.16 Campo elettrico generato da una carica puntiforme.

Il campo elettrico generato da una carica puntiforme è conservativo.

È noto che la forza elettrica esercitata fra due cariche puntiformi ha la seguente espressione:

$$F = K \frac{Qq}{r^2} \quad \text{Relazione 9.18}$$

Immaginiamo, vedi **figura 18**, che una carica test  $q$ , convenzionalmente scelta positiva, si sposti lungo il tratto radiale AB. Si può dimostrare che la forza elettrica agente sulla carica  $q$ , compirà un lavoro, dato dalla seguente relazione analitica:



$$L_{AB} = KQq \times \left( \frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \right) \quad \text{Relazione 9.19}$$

Dove:

$R_A$  è la distanza del punto A dalla carica Q.

$R_B$  è la distanza del punto B dalla carica Q.

È altresì possibile dimostrare che il lavoro compiuto è il medesimo anche scegliendo un percorso qualunque che ci porti da A a B ed è sempre espresso dalla relazione 9.19.

### Esercizio 9.4

Una carica  $Q$  pari a  $10^{-6}$  C si trova in un certo punto dello spazio. Calcolare il lavoro compiuto dalla forza del campo elettrico generato da tale carica, per spostare una carica  $q = 10^{-10}$  C, in direzione radiale, dal punto A al punto B, come mostrato in figura, sapendo che il punto A dista dalla carica 70 cm ed il punto B, 110 cm.

### Soluzione

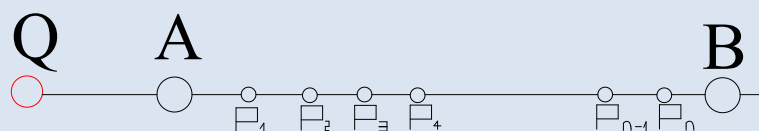
Applichiamo la relazione 9.26, si ha:

$$L_{AB} = KQq \times \left( \frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-10} (1/0,7 - 1/1,1) = 9 \cdot 10^{-7} (1/0,7 - 1/1,1) = 4,67 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

### Approfondimento 9.8

Proponiamoci di calcolare il lavoro compiuto dalla forza elettrica esercitata dalla carica Q sulla carica q, per spostare quest'ultima dal punto A al punto B, (vedi figura 19).

Figura 19



Poiché entrambe le cariche Q e q sono positive, la forza esercitata dalla carica Q sulla carica q, nello spostamento da A a B avrà la stessa direzione dello spostamento. La forza elettrica compirà in questo caso un lavoro positivo. La forza non è costante, essa varia con la distanza fra le cariche, non è pertanto possibile calcolare il lavoro come prodotto della forza per lo spostamento. È effettuabile il calcolo del lavoro dividendo il tratto AB in tanti tratti, tanto piccoli da poter considerare, in ciascuno di essi, la forza elettrica costante e pari alla media geometrica dei valori della forza, alle estremità del tratto stesso. Nel primo tratto, AP<sub>1</sub>, la forza sarà data

dalla relazione:

$$F(AP_1) = K \frac{Qq}{R_A R_1} \quad \text{Relazione 9.20}$$

La relazione 9.20 rappresenta proprio la media geometrica della forza nel tratto AP<sub>1</sub>. In ciascun tratto infinitesimo la forza e lo spostamento hanno la stessa direzione e lo stesso verso, l'angolo formato da forza e spostamento è pertanto zero. Eseguendo il prodotto scalare della forza per lo spostamento infinitesimo AP<sub>1</sub>, si dovrebbe moltiplicare per cos 0, che, com'è noto è uguale ad uno.

Di conseguenza il lavoro compiuto dalla forza elettrica nel tratto AP<sub>1</sub> sarà dato dalla relazione:

$$L(AP_1) = K \frac{Qq}{R_A R_1} \times (R_1 - R_A) \times \cos 0 = KQq \times \frac{R_1 - R_A}{R_A R_1} \times 1 = KQq \times \frac{R_1 - R_A}{R_A R_1}$$

#### Relazione 9.21

Dividendo il numeratore ed il denominatore della relazione 9.21 per la quantità "R<sub>A</sub> R<sub>1</sub>" si ha:

$$L(AP_1) = KQq \times \left( \frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_1} \right) \quad \text{Relazione 9.22}$$

Ragionando in modo analogo, il lavoro compiuto nel successivo tratto, P<sub>1</sub> P<sub>2</sub>, sarà dato

dalla seguente espressione:

$$L(P_1P_2) = KQq \times \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{Relazione 9.23}$$

Sommiamo, adesso, le quantità  $L(AP_1)$  e  $L(P_1P_2)$  ottenendo il lavoro compiuto nel tratto  $AP_2$ :

$$\begin{aligned} L(AP_2) &= KQq \times \left( \frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_1} \right) + KQq \times \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \\ &KQq \times \left( \frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = KQq \times \left( \frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_2} \right) \end{aligned} \quad \text{Relazione 9.24}$$

Ed in definitiva:

$$L(AP_2) = KQq \times \left( \frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{Relazione 9.25}$$

Notiamo che, sommando i due contributi di lavoro, i termini “ $1/R_1$ ” e “ $-1/R_1$ ” si elidono. Iterando tale procedimento, sommando i contributi di tutti i segmenti in cui è stato diviso il tratto  $AB$  e semplificando tutti i termini uguali e di segno opposto si ha:

$$L_{AB} = KQq \times \left( \frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \right) \quad \text{Relazione 9.26}$$

È altresì possibile ottenere la 9.26 applicando i metodi del calcolo differenziale. Suddividendo sempre il segmento  $AB$ , (figura 19), in un numero infinito di parti “ $dr$ ”, il lavoro infinitesimo compiuto dalla forza elettrica in ciascuno di tali intervalli infinitesimi “ $dr$ ” è esprimibile come:

$$dL = Fdr \cos \sigma = \frac{KQq}{r^2} dr ; \text{ Dove “} \sigma \text{” è l'angolo formato dalla forza e dallo spostamento}$$

infinitesimo “ $dr$ ”, che, come nel caso precedente è zero, pertanto  $\cos \sigma = 1$ .

Il lavoro complessivamente compiuto è ottenibile attraverso un'operazione d'integrazione, cioè sommando tutti i contributi elementari “ $dL$ ”

$$\begin{aligned} L_{AB} &= \int_A^B dL = \int_A^B \frac{KQq}{r^2} dr = KQq \int_A^B \frac{1}{r^2} dr = KQq \int_A^B r^{-2} dr = KQq \left[ \frac{r^{-2+1}}{-2+1} \right]_A^B = \\ &KQq \left[ -\frac{1}{r} \right]_A^B = KQq \left[ -\frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_A} \right] \rightarrow L_{AB} = KQq \left[ -\frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_A} \right] \end{aligned}$$

In definitiva si ottiene lo stesso risultato ottenuto in precedenza.

## 9.9

DIMOSTRARE che il lavoro non dipende dal particolare percorso scelto.

### 9.2.18 Energia potenziale

### 9.2.18 Energia potenziale

In un campo elettrostatico, come abbiamo già visto, il lavoro compiuto dalla forza elettrica lungo un cammino chiuso è nullo. Di conseguenza, il lavoro compiuto per spostare una carica da un punto **A** a un punto **B** non dipende dal percorso seguito, ma soltanto dai punti iniziale e finale.

La relazione 9.19,

$$L_{AB} = KQq \times \left( \frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \right)$$

valida qualunque sia il percorso scelto per raggiungere **B** partendo da **A**, mostra che il lavoro può essere espresso come differenza tra due quantità:

$$K Q q / R_A$$

e

$$K Q q / R_B$$

Possiamo quindi definire, per un campo conservativo, una nuova grandezza fisica, chiamata **energia potenziale** e indicata con il simbolo **U**, in modo che il lavoro compiuto dalle forze del campo nel passaggio da un punto **A** a un punto **B** sia uguale alla differenza tra l'energia potenziale iniziale e quella finale.

Definiamo pertanto:

$$U_A = K Q q / R_A$$

e

$$U_B = K Q q / R_B$$

Si ottiene così:

$$L_{(AB)} = U_A - U_B$$

Possiamo quindi affermare che:

**In un campo conservativo è possibile esprimere il lavoro compiuto dalle forze del campo, fra due punti A e B, come differenza dell'energia potenziale in A e di quella in B:**

$$L_{AB} = U_A - U_B$$

Nel caso particolare del campo elettrico generato da una carica puntiforme **Q**, se una carica **q** si trova a una distanza **R** da **Q**, l'energia potenziale della configurazione costituita dalle due

**Nel caso di campo generato da una carica puntiforme **Q**, nell'ipotesi che una carica **q** si trovi ad una distanza **R** da **Q**, l'energia potenziale della configurazione di cariche **Q**, **q**, sarà data dalla relazione:**

$$U = \frac{KQq}{R}$$

$$U = K Q q / R$$

L'energia potenziale dipende quindi dalle due cariche **Q** e **q** e dalla loro distanza **R**.

È importante sottolineare che l'energia potenziale è associata alla **configurazione delle cariche**: nel caso considerato, essa dipende dalla posizione della carica **q** rispetto alla carica **Q**.

### 9.2.19 Differenza di potenziale.

**La differenza di potenziale fra due punti A e B è definita come il lavoro compiuto dalle forze del campo, per spostare una carica da A a B, scegliendo qualunque percorso, diviso il valore della carica stessa.**

$$V_{AB} = V_A - V_B = L_{AB}/q$$

L'unità di misura della differenza di potenziale è il volt [V],  
 $1V = 1J/1C$ .

Fra due punti vi è, pertanto una differenza di potenziale di 1V, se è necessario compiere un lavoro di 1J per spostare una carica di 1C.

### 9.2.20 Differenza di potenziale in un campo generato da una carica puntiforme.

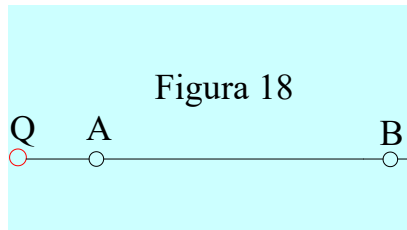


Figura 18

Come visto in precedenza, nel caso del campo elettrico generato da una carica puntiforme, l'espressione del lavoro compiuto dalla forza elettrica per spostare una carica da un certo punto A

ad un altro punto B è la seguente:

$$L_{AB} = KQq \times \left( \frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \right) \quad \text{Relazione 9.27}$$

Per calcolare la differenza di potenziale fra i due punti A e B basta dividere entrambi i membri della 9.27 per la quantità "q".

Si ha:

$$V_A - V_B = L_{AB}/q = KQ (1/R_A - 1/R_B) \quad \text{Relazione 9.28}$$

In definitiva si ha:

$$V_A - V_B = KQ (1/R_A - 1/R_B) \quad \text{Relazione 9.29}$$

### 9.2.20 Potenziale di una carica puntiforme

Consideriamo la relazione 9.29 e supponiamo che il punto B, vedi figura 18, si allontani ad una distanza molto grande dal punto A, in modo tale che  $R_B$  si possa considerare infinito. La quantità " $1/R_B$ " tenderà allora a diventare veramente piccola e si potrà considerare nulla. Inoltre, per convenzione, si assume che il potenziale di un punto all'infinito sia nullo e si attribuisce pertanto il valore zero al potenziale del punto B. Fatte tali ipotesi il potenziale del punto A sarà definito dalla seguente relazione:

$$V_A = \frac{KQ}{R_A}$$

**Il potenziale di una carica puntiforme, in un generico punto a distanza "R", dalla carica stessa è dato dalla relazione:**

$$V = \frac{KQ}{R} \quad \text{Relazione 9.30}$$