

Modulo 8 Parte 1.

CALORE E TEMPERATURA

8.1.1 Introduzione

Calore e temperatura

Calore e temperatura indicano due grandezze fisiche che non devono essere confuse, poiché descrivono fenomeni differenti.

Prima di introdurre le definizioni formali, possiamo mettere in evidenza la loro differenza attraverso alcuni semplici esempi.

Consideriamo un piccolo **aghetto metallico** e immaginiamo di riscaldarlo per un certo intervallo di tempo utilizzando una fiamma. La sua temperatura aumenterà sensibilmente.

Supponiamo ora di riscaldare, per lo stesso intervallo di tempo e utilizzando la stessa sorgente, una **tinozza contenente cento litri d'acqua**. In questo secondo caso l'aumento di temperatura sarà così modesto da risultare difficilmente percepibile anche semplicemente toccando l'acqua con le mani.

La quantità di energia trasferita dalla sorgente ai due sistemi può essere la stessa, eppure l'aumento di temperatura ottenuto nei due casi è molto diverso.

Questo esempio permette di comprendere una distinzione fondamentale: **il calore riguarda un trasferimento di energia da un corpo a un altro**, mentre la **temperatura** è una grandezza associata allo stato termico di un corpo e collegata alla nostra percezione di quanto esso sia caldo o freddo.

Possiamo quindi passare alle definizioni di **calore e temperatura**.

Il calore è un modo per trasferire energia da un sistema fisico ad un altro sistema fisico.

La temperatura

La **temperatura** è una grandezza fisica che può essere misurata mediante un apposito strumento, il **termometro**.

Essa fornisce una descrizione dello **stato termico di un corpo**, indicando la sua capacità di trasferire energia, sotto forma di calore, ad altri corpi.

A livello microscopico, la temperatura di un corpo è correlata all'**energia cinetica media delle particelle** che lo costituiscono.

Siano “A” e “B” due corpi a diversa temperatura posti a contatto. Il corpo “A” a temperatura maggiore, ha attitudine a cedere energia sotto forma di calore al corpo “B” a temperatura minore. L’energia procede dal corpo più “caldo” a quello più “freddo”.

8.1.2 Il termometro

Prima di descrivere il funzionamento di tale strumento, è necessaria l'introduzione di due fenomeni fisici, vale a dire:

8.1.2.1 Fenomeno della dilatazione termica

Tutte le sostanze, solide liquide ed aeriformi si dilatano, cioè il loro volume aumenta, all'aumentare della loro temperatura.
Al contrario il loro volume diminuisce, ed esse si contraggono, quando sono poste in un ambiente “freddo” che sottrae loro dell'energia sotto forma di calore.

Una damigiana d’olio, in una calda giornata d’estate può traboccare, proprio perché l’aumento della temperatura produce una dilatazione del liquido ed un conseguente aumento di volume.

Un palloncino pieno d’aria, diventa più grande davanti ad un asciugacapelli, mentre si rimpicciolisce all’interno di un frigorifero.

8.1.2.2 Fenomeno dell'equilibrio termico

Se due sostanze a differenti temperature, sono poste a contatto, si trasferisce dell'energia, sotto forma di calore, dalla sostanza a temperatura maggiore a quella a temperatura minore, fino al raggiungimento di una temperatura di equilibrio uguale per le due sostanze.

Per costruire un termometro si scelgono due temperature come riferimenti fissi:

1. La temperatura del ghiaccio che fonde a pressione atmosferica.
2. La temperatura dell'acqua che bolle a pressione atmosferica.

Consideriamo, adesso, un recipiente chiuso da un tappo forato, in cui è immesso un tubicino trasparente. All'interno del recipiente vi è dell'olio, che, come tutte le sostanze, si dilata all'aumentare della temperatura.

Procediamo come segue:

Immergiamo il recipiente siffatto in una tinozza contenente del ghiaccio che si sta sciogliendo.

I due sistemi fisici, ghiaccio fondente e recipiente pieno d'olio, dopo un certo tempo, raggiungeranno l'equilibrio termico: l'olio avrà ceduto energia, sotto forma di calore, alla massa di ghiaccio fondente e pertanto si sarà contratto, ed il livello nel tubicino sarà arrivato ad un valore minimo.

In corrispondenza a tale valore minimo segniamo una tacca sul tubicino, e, per convenzione, stabiliamo che la suddetta tacca corrisponda ad una temperatura di zero gradi centigradi 0°C .

In un secondo momento, immergiamo il recipiente in dell'acqua che sta bollendo.

Anche in questo caso, bisognerà aspettare un certo tempo affinché si raggiunga l'equilibrio termico fra i due sistemi fisici: recipiente pieno d'olio e acqua che bolle.

Stavolta, sarà l'acqua che bolle a cedere dell'energia, sotto forma di calore, al recipiente d'olio.

L'olio subirà una dilatazione, il suo volume aumenterà, ed il suo livello nel tubicino salirà, fermandosi al raggiungimento dell'equilibrio termico fra i due sistemi: olio e acqua bollente.

In questa seconda situazione, segniamo una tacca nel tubicino, e stabiliamo che essa corrisponda a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ (cento gradi centigradi). Dividiamo in cento parti uguali il segmento che ha come estremi le due tacche segnate in precedenza, ottenendo la scala Celsius.

tacche che abbiamo segnato inizialmente, quella relativa alla temperatura del ghiaccio fondente e quella relativa alla temperatura dell'acqua bollente.

Poiché, il segmento compreso fra le due tacche di riferimento, è stato diviso in cento parti, sarà possibile leggere il valore della temperatura del corpo in esame tramite il tubicino graduato.

Ponendo il recipiente col tubicino graduato a contatto con un corpo che ha una temperatura intermedia fra quella del ghiaccio fondente e quella dell'acqua bollente, vedremo il livello dell'olio nel tubicino, portarsi in una posizione intermedia, compresa fra le due

8.1.3 Il Kelvin

Nel sistema internazionale l'unità di misura della temperatura è il Kelvin.

La scala kelvin è detta scala assoluta.

Dal punto di vista della variazione della temperatura, la variazione di un grado nella scala Kelvin, coincide con la variazione di un grado nella scala Celsius; da un punto di vista dei valori assoluti si ha:

La temperatura espressa in gradi Kelvin si ottiene sommando alla temperatura espressa in gradi centigradi la quantità 273.15.

Varranno pertanto le seguenti corrispondenze:

temperature del:	scala celsius	Scala Kelvin
ghiaccio fondente	0 °C	273,15 K
Acqua bollente	100 °C	373,15 K
Zero Assoluto	-273,15 °C	0 K

Sono vere inoltre, le seguenti relazioni matematiche, per passare da grado centigrado a grado Kelvin e viceversa.

(RELAZIONI 8.1.1)

$$^{\circ}\text{C} = ^{\circ}\text{K} - 273^{\circ}$$

$$^{\circ}\text{K} = ^{\circ}\text{C} + 273^{\circ}$$

Lo zero assoluto e la scala Kelvin

La **scala assoluta delle temperature** non è stata introdotta arbitrariamente, ma nasce da una precisa motivazione fisica.

Gli esperimenti hanno mostrato che non è possibile raffreddare un corpo fino a raggiungere una temperatura pari a **zero kelvin**, né tantomeno scendere al di sotto di questo valore.

Abbiamo già visto che la temperatura è collegata all'**energia cinetica media di traslazione delle particelle** che costituiscono la materia. In questo senso, essa è quindi strettamente connessa all'**agitazione molecolare**.

A questo punto possiamo porci una domanda:

allo zero assoluto, l'agitazione delle particelle si arresta completamente?

La risposta è **no**.

Quando la temperatura raggiunge valori prossimi allo zero assoluto, le particelle continuano a possedere energia e a manifestare moti microscopici. Ciò che accade è che l'energia cinetica media di traslazione raggiunge il suo **valore minimo**.

Pertanto, allo zero assoluto l'energia cinetica media di traslazione delle particelle è minima, ma **non può essere considerata semplicemente nulla**. Anche a temperature estremamente basse, quindi, persistono moti microscopici della materia.

Allo zero assoluto le molecole posseggono il valore minimo di energia.

8.1.4 Come Misurare Il Calore

Il calore e la sua misura

Con il termine **calore** indichiamo l'energia termica che un corpo può assorbire o cedere e, più in generale, l'energia che viene trasferita da un corpo a un altro.

La quantità di energia trasferita sotto forma di calore **non può essere misurata direttamente** attraverso una semplice osservazione del corpo. È quindi necessario determinarla attraverso gli effetti che il trasferimento di energia produce, per esempio attraverso la **variazione di temperatura** di un corpo.

Immaginiamo, ad esempio, di disporre della stessa quantità di due differenti combustibili e di sottoporli a combustione.

Non possiamo stabilire immediatamente quale dei due abbia trasferito una maggiore quantità di energia all'ambiente osservando semplicemente il processo di combustione.

Possiamo però utilizzare l'energia prodotta dalla combustione per riscaldare una quantità di acqua nota, ad esempio **un decimetro cubo d'acqua**. Confrontando l'aumento di temperatura dell'acqua nei due esperimenti, possiamo determinare quale combustibile abbia trasferito una maggiore quantità di energia sotto forma di calore.

Indichiamo i due combustibili con **A** e **B**. Supponiamo che, utilizzando la stessa quantità d'acqua, il combustibile A provochi un aumento di temperatura di **1 °C**, mentre il combustibile B determini un aumento di **2 °C**.

Poiché le condizioni dell'esperimento sono le stesse, l'acqua che viene riscaldata dal combustibile B ha ricevuto una quantità di energia **doppia** rispetto a quella ricevuta nel caso del combustibile A.

La variazione di temperatura dell'acqua costituisce quindi un modo indiretto per confrontare la quantità di energia trasferita sotto forma di calore.

In definitiva

Il calore si misura in calorie.

Una **caloria** è stata definita, come la quantità di energia necessaria per innalzare di un grado centigrado, da 14,5 °C a 15,5 °C, alla pressione atmosferica normale, la temperatura di un grammo d'acqua distillata.

La caloria e l'esperimento di Joule

Storicamente, il calore è stato misurato utilizzando una particolare unità di misura: la **caloria**.

La **caloria** veniva definita come la quantità di energia necessaria per aumentare di **1 °C**, da 14,5 °C a 15,5 °C, la temperatura di **1 grammo di acqua distillata**, alla pressione atmosferica normale.

Questa definizione permette di associare una precisa quantità di energia a un determinato aumento di temperatura dell'acqua.

Ma una domanda sorge spontanea: **è possibile confrontare direttamente il calore con altre modalità di trasferire, per esempio con il lavoro meccanico?**

A questa domanda diede una risposta fondamentale il fisico inglese **James Prescott Joule**.

Attraverso una serie di accurati esperimenti, tra cui quello realizzato con il celebre **mulinello di Joule**, egli dimostrò che il lavoro meccanico può produrre gli stessi effetti di una determinata quantità di calore.

Nel suo esperimento, la caduta di alcuni pesi mette in rotazione delle palette immerse nell'acqua. Il lavoro compiuto dai pesi viene così trasferito all'acqua e provoca un aumento della sua temperatura.

Confrontando il lavoro meccanico compiuto con il calore prodotto, Joule riuscì a determinare l'**equivalente meccanico della caloria**.

Il risultato delle sue misure mostrò che:

1 caloria $\approx$ 4,18 J

Questa relazione evidenziò un fatto fondamentale: **calore e lavoro sono due diverse modalità di trasferimento dell'energia**, ma possono produrre effetti energeticamente equivalenti.

Oggi, nel Sistema Internazionale, il **joule (J)** è l'unità di misura dell'energia e quindi anche del calore.

8.1.5 Capacità termica

Calore, massa e variazione di temperatura

Consideriamo un corpo costituito da una determinata sostanza e supponiamo di fornirgli una certa quantità di energia **Q** sotto forma di calore.

L'energia trasferita al corpo provoca una variazione della sua temperatura, che indicheremo con **ΔT** .

L'entità della variazione di temperatura non dipende soltanto dalla quantità di calore fornita, ma anche dalla **massa del corpo** e dalla **sostanza di cui esso è costituito**.

A parità di massa e di quantità di calore fornita, infatti, corpi costituiti da sostanze differenti possono subire variazioni di temperatura differenti.

Per comprendere meglio questo fatto, consideriamo due blocchi di uguale massa, uno di **alluminio** e uno di **rame**.

Immergiamo entrambi in un recipiente contenente acqua bollente e lasciamoli nell'acqua per un tempo sufficiente a raggiungere l'equilibrio termico.

Al termine del processo, i due blocchi avranno raggiunto la stessa temperatura dell'acqua. Pertanto, anche la loro variazione di temperatura sarà la stessa, se partivano dalla medesima temperatura iniziale.

Possiamo allora porci una domanda:

I due blocchi hanno assorbito la stessa quantità di energia, dal momento che hanno raggiunto la stessa temperatura?

Per rispondere, possiamo effettuare un semplice esperimento. Mettiamo i due blocchi a contatto con un terzo materiale, per esempio della **paraffina**.

Osserviamo che il blocco di alluminio è in grado di fondere una quantità di paraffina maggiore rispetto al blocco di rame.

Questo ci indica che, nonostante i due blocchi abbiano subito la stessa variazione di temperatura, essi **non hanno assorbito la stessa quantità di energia**.

Il blocco di alluminio, infatti, immerso nell'acqua bollente, ha assorbito una quantità di energia maggiore rispetto al blocco di rame. Successivamente, mettendolo a contatto con la paraffina, ha potuto trasferire una quantità maggiore di energia e quindi fondere una maggiore quantità di paraffina.

Possiamo dunque concludere che:

Sostanze diverse, aventi la stessa massa, possono assorbire o cedere quantità diverse di calore a parità di variazione di temperatura.

Consideriamo ora il problema da un altro punto di vista.

Supponiamo di fornire **la stessa quantità di calore** a due blocchi di uguale massa, ma costituiti da sostanze differenti.

In questo caso, i due blocchi non subiranno necessariamente la stessa variazione di temperatura: il loro ΔT **sarà diverso**, proprio perché le sostanze hanno caratteristiche termiche differenti.

Possiamo quindi affermare anche che:

Sostanze diverse, aventi la stessa massa, subiscono variazioni di temperatura diverse quando ricevono la stessa quantità di calore.

La massa del corpo è un altro fattore importante. Se consideriamo due corpi costituiti dalla **stessa sostanza**, ma aventi masse differenti, a parità di calore fornito essi subiranno variazioni di temperatura differenti.

Analogamente, se vogliamo ottenere la **stessa variazione di temperatura** in due corpi della stessa sostanza ma con masse diverse, sarà necessario fornire quantità di calore differenti: il corpo di massa maggiore richiederà una quantità maggiore di energia.

Due corpi, in funzione della loro massa e della sostanza di cui sono composti, assorbono o cedono quantità di energia, sotto forma di calore, diverse a parità di salto di temperatura e hanno salti di temperatura diversi a parità di calore assorbito o ceduto.

Definiamo una nuova grandezza fisica nota come capacità termica di un corpo, nel seguente modo:

La capacità termica di un corpo è data dal rapporto matematico fra la quantità di calore ad esso ceduta e l'incremento di temperatura da esso subito.

Da un punto di vista matematico, la capacità termica di un corpo è data dal rapporto fra la quantità di calore “Q”, ceduta al corpo e l'incremento di temperatura “ΔT” da esso subito.

Dato un certo corpo si immagini di compiere le seguenti operazioni:

1. Si ceda ad esso una certa quantità di calore “Q”.
2. Si ottiene come effetto una variazione “ΔT” della sua temperatura.
3. Si esegua il rapporto matematico fra queste due grandezze “Q/ΔT”.
4. Si ottiene la capacità termica del corpo in esame.

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \quad \text{(RELAZIONE 8.1.2)}$$

Osservando la relazione 8.1.2 si nota che, nel caso in cui la variazione di temperatura è pari a un grado centigrado, “ΔT = 1 °C”, la capacità termica coincide con la quantità di calore ceduta al corpo.

In definitiva:

La capacità termica di un corpo coincide numericamente con la quantità di calore da cedergli per aumentare di un grado la sua temperatura.

Esempio

Calcolare la capacità termica di un corpo che subisce una variazione di temperatura di due gradi, quando ad esso viene ceduta una quantità di calore pari a 80 cal.

$$\text{Capacità termica} = Q/\Delta T = (80 \text{ cal}) / (2 \text{ }^{\circ}\text{C}) = 40 \text{ cal/}^{\circ}\text{C}$$

Osserviamo che, nella formula della capacità termica, la quantità “ ΔT ”, compare al denominatore. Ricordiamo inoltre che il valore di una frazione aumenta, quando il suo numeratore rimane inalterato ed il suo denominatore diminuisce.

Pertanto, a parità di calore ceduto “ Q ”, che nella formula compare al numeratore, avrà maggiore capacità termica un corpo che ha un salto di temperatura, “ ΔT ”, minore.

Un corpo con **maggiore capacità termica**, si **“riscalda” più lentamente** di uno con una capacità termica più piccola, perché deve assorbire una maggiore quantità di calore ed allo stesso modo i corpi con maggiore capacità termica si “raffreddano” più lentamente. Ad esempio, se avessimo a disposizione due corpi. “A” e “B” e somministrassimo la stessa quantità di calore “ Q ”, ed il corpo “A” avesse un salto di temperatura di 1 °C, mentre il corpo “B” di 20 °C, senz’altro il corpo “A” avrebbe una capacità termica venti volte maggiore rispetto a quella del corpo “B”.

8.1.6 Il Calore Specifico

La capacità termica di un corpo dipende da due fattori: la massa del corpo e la sostanza di cui è composto.

E’ nata l’esigenza di definire una grandezza che non dipenda dalla massa del corpo ma solo dalla sostanza di cui il corpo è costituito.

Tale grandezza è il calore specifico:

Il calore specifico di una sostanza è definito come la capacità termica dell’unità di massa di quella sostanza.

Capacità termica e calore specifico

Abbiamo visto che la quantità di calore necessaria per modificare la temperatura di un corpo dipende sia dalla **massa** sia dalla **sostanza** di cui il corpo è costituito.

La **capacità termica** di un corpo è definita come la quantità di calore che deve essere fornita al corpo per aumentarne la temperatura di **1 °C**.

Essa dipende quindi dalla massa del corpo: quanto maggiore è la sua massa, tanto maggiore sarà la quantità di energia necessaria per ottenere lo stesso aumento di temperatura.

Per confrontare invece le proprietà termiche di sostanze diverse, indipendentemente dalla quantità di materia considerata, si introduce il **calore specifico**.

Il calore specifico di una sostanza è la quantità di calore necessaria per aumentare di **1 °C la temperatura dell'unità di massa** di quella sostanza.

Poiché il calore specifico si riferisce già a una quantità unitaria di materia, esso **non dipende dalla massa del corpo**, ma è una caratteristica della sostanza considerata.

Per esempio, se vogliamo aumentare di 1 °C la temperatura di una certa quantità d'acqua, la quantità di calore necessaria dipenderà dalla massa dell'acqua che intendiamo riscaldare.

Se invece consideriamo sempre la stessa **unità di massa**, per esempio **1 grammo d'acqua**, la quantità di calore necessaria per aumentarne la temperatura di 1 °C rimane la stessa.

Il calore specifico permette quindi di caratterizzare una sostanza dal punto di vista delle sue proprietà termiche, mentre la capacità termica descrive il comportamento termico di uno **specifico corpo** e dipende anche dalla sua massa.

Poiché una caloria aumenta di un grado la temperatura di un grammo d'acqua, l'acqua avrà un calore specifico di “1 cal/g°C”.

Da un punto di vista matematico, per ottenere il calore specifico, si divide la capacità termica di un certo corpo per la sua massa.

Il calore specifico di una sostanza è pertanto definito dalla seguente relazione analitica:

Relazione 8.1.3

$$Calore_specifico = \frac{Capacità_termica}{massa}$$

Adottiamo la seguente simbologia:

c : calore specifico.
 C : capacità termica.
 m : massa del corpo in esame.
 Q : calore ceduto.
 ΔT salto di temperatura.

Si ha: **Relazione 8.1.4**

$$c = \frac{C}{m} = \frac{\frac{Q}{\Delta T}}{m} = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$$

In ultima analisi è possibile scrivere la relazione analitica del calore specifico, nel seguente modo:

Relazione 8.1.5

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$$

Si moltiplichino, adesso, primo e secondo membro della relazione “ $c = \frac{Q}{m \times \Delta T}$ ”, per la quantità “ $m \Delta T$ ”, si ha:

$$c = \frac{Q}{m \times \Delta T} \rightarrow \rightarrow c \times (m \times \Delta T) = \frac{Q}{m \times \Delta T} \times (m \times \Delta T) \rightarrow c \times (m \times \Delta T) = \frac{Q}{m \times \Delta T} \times (m \times \Delta T) \rightarrow$$

$$Q = cm\Delta T \text{ (relazione 8.1.6)}$$

Quest’ultima relazione ci suggerisce che la quantità di calore assorbita o ceduta da un corpo, è esprimibile come prodotto di tre fattori:

c : calore specifico della sostanza di cui il corpo è costituito.
 m : massa del corpo
 ΔT : salto di temperatura.

Consideriamo la relazione 8.1.5 e moltiplichiamone il primo ed il secondo membro per la quantità “ m ”, ottenendo:

$$c \cdot m = \frac{Q}{\Delta T} = C \quad \text{(relazione 8.1.7)}$$

Questa nuova relazione ci suggerisce che, la capacità termica di un corpo è ottenibile come prodotto fra il calore specifico della sostanza di cui è costituito il corpo e la sua massa.

Materiale	Calore specifico c [J/(kg·K)]
Acqua	4186
Ghiaccio	2100
Alluminio	900
Vetro	840
Ferro	450
Acciaio	460
Rame	385
Ottone	380
Argento	235
Piombo	130
Mercurio	140
Legno	1700–2500
Aria	1005

8.1.7 Legge Dello Scambio Del Calore

Consideriamo due quantità d'acqua inizialmente alla stessa pressione, ma a temperature differenti. Supponiamo, per esempio, che una massa d'acqua si trovi a 20 °C e l'altra a 40 °C.

Se versiamo le due masse nello stesso recipiente e le mettiamo a contatto, si verifica uno **scambio di energia sotto forma di calore**.

L'acqua che si trova inizialmente alla temperatura più elevata cederà energia, mentre quella a temperatura più bassa assorbirà energia.

Se consideriamo il sistema isolato dall'ambiente, cioè supponiamo che durante il processo non venga dispersa energia verso l'esterno, la quantità di calore ceduta dall'acqua più calda sarà uguale, in valore assoluto, a quella assorbita dall'acqua più fredda.

Possiamo quindi esprimere la **legge dello scambio del calore** nel seguente modo:

$$Q_{\text{ceduto}} = Q_{\text{assorbito}}$$

In un sistema nel quale avviene uno scambio di calore, il calore ceduto dai corpi a temperatura più elevata è uguale al calore assorbito dai corpi a temperatura più bassa, purché non vi siano dispersioni di energia verso l'ambiente.

Ci proporremo di calcolare la temperatura di equilibrio di due masse d'acqua mescolate insieme, applicando la legge dello scambio del calore testé enunciata.

Per mostrare come si procede col calcolo sviluppiamo il seguente esercizio.

ESERCIZIO 8.1.4

Qual' è la temperatura finale del miscuglio ottenuto mescolando dieci grammi d'acqua a 0 °C con 20 g d'acqua a 30 °C,?

Soluzione

Adottiamo la seguente simbologia:

- T_f**: temperatura finale del miscuglio
T₁ : temperatura iniziale dei dieci grammi d'acqua.
T₂: temperatura iniziale dei 20g d'acqua.
Q_c: calore ceduto
Q_a: calore assorbito
Ca: calore specifico = 1 cal/g C°
M₁ : massa d'acqua di dieci grammi.
M₂: massa d'acqua di venti grammi.

Cosa accade dunque dal punto di vista fisico?

La quantità d'acqua a temperatura maggiore cederà energia sotto forma di calore alla quantità d'acqua a temperatura minore ed il calore assorbito dalla quantità d'acqua a temperatura minore, sarà uguale a quello ceduto dalla quantità d'acqua a temperatura maggiore.

Il calore ceduto è esprimibile in questo modo:

$$Q_c = C_a M_2 (T_f - T_2)$$

Mentre quello assorbito sarà:

$$Q_a = C_a M_1 (T_f - T_1)$$

La terza equazione che sfruttiamo è quella della legge dello scambio del calore:

$$Q_c + Q_a = 0$$

In definitiva il sistema di equazioni che ci permette di risolvere il problema è:

$$Q_c = C_a M_2 (T_f - T_2)$$

$$Q_a = C_a M_1 (T_f - T_1)$$

$$Q_c + Q_a = 0$$

Avremo:

$$c_a M_1 (T_f - T_1) + c_a M_2 (T_f - T_2) = 0 \quad \Rightarrow$$

dividiamo il primo ed il secondo membro della precedente equazione per la quantità “ c_a ”, si ha:

$$\frac{c_a M_1 (T_f - T_1)}{c_a} + \frac{c_a M_2 (T_f - T_2)}{c_a} = \frac{0}{c_a} \Rightarrow M_1 (T_f - T_1) + M_2 (T_f - T_2) = 0$$

Sviluppando i prodotti, inoltre, si ottiene:

$$M_1 T_f - M_1 T_1 = M_2 T_2 - M_2 T_f \quad \Rightarrow$$

$$T_f (M_1 + M_2) = M_2 T_2 + M_1 T_1 \quad \Rightarrow$$

Si indichi con M1 una certa massa d'acqua a temperatura T1 e con M2 una a temperatura T2, si mescoli in un recipiente termico le due masse, supposto sempre che non vi sia energia dispersa nell'ambiente sotto forma di calore, la temperatura finale del miscuglio sarà la seguente:

$$T_f = \frac{M_1 T_1 + M_2 T_2}{M_1 + M_2}$$

Rel 8.1.8

Generalizzazione: sostanze diverse

Consideriamo ora due corpi costituiti da **sostanze differenti**, con masse e temperature iniziali diverse.

Indichiamo con:

M₁ = massa del primo corpo

M₂ = massa del secondo corpo

c₁ = calore specifico della sostanza del primo corpo

c₂ = calore specifico della sostanza del secondo corpo

T₁ = temperatura iniziale del primo corpo

T₂ = temperatura iniziale del secondo corpo

T_f = temperatura finale di equilibrio

Supponiamo, per esempio, che:

$$T_2 > T_1$$

Il secondo corpo, che inizialmente si trova alla temperatura maggiore, **cede calore**, mentre il primo corpo **assorbe calore**.

Il calore assorbito dal primo corpo è:

$$Q_a = M_1 \cdot c_1 \cdot (T_f - T_1)$$

Il calore ceduto dal secondo corpo, usando la convenzione dei segni, è:

$$Q_c = M_2 \cdot c_2 \cdot (T_f - T_2)$$

Poiché il sistema è isolato e non ci sono dispersioni di calore nell'ambiente, deve essere:

$$Q_a + Q_c = 0$$

Sostituiamo nella precedente equazione le espressioni dei due calori:

$$M_1 \cdot c_1 \cdot (T_f - T_1) + M_2 \cdot c_2 \cdot (T_f - T_2) = 0$$

A questo punto sviluppiamo i prodotti:

$$M_1 \cdot c_1 \cdot T_f - M_1 \cdot c_1 \cdot T_1$$

- $$M_2 \cdot c_2 \cdot T_f - M_2 \cdot c_2 \cdot T_2 = 0^{**}$$

Raggruppiamo i termini che contengono T_f :

$$\begin{aligned} M_1 \cdot c_1 \cdot T_f + M_2 \cdot c_2 \cdot T_f \\ = M_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + M_2 \cdot c_2 \cdot T_2 \end{aligned}$$

Raccogliendo T_f :

$$\begin{aligned} T_f \cdot (M_1 \cdot c_1 + M_2 \cdot c_2) \\ = M_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + M_2 \cdot c_2 \cdot T_2 \end{aligned}$$

Infine dividiamo per:

$$M_1 \cdot c_1 + M_2 \cdot c_2$$

e otteniamo la **legge generale della temperatura di equilibrio**:

$$T_f = (M_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + M_2 \cdot c_2 \cdot T_2) / (M_1 \cdot c_1 + M_2 \cdot c_2)$$

Questa è una bella conclusione didattica perché mostra che **la temperatura finale non è semplicemente la media delle due temperature iniziali**.

È una **media pesata**, nella quale i pesi sono:

$$M_1 \cdot c_1 \text{ e } M_2 \cdot c_2$$

cioè le rispettive **capacità termiche** dei due corpi.

8.1.8 Conduzione convezione ed irraggiamento.

Conduzione convezione ed irraggiamento sono tre modalità con cui il calore si trasferisce da un corpo ad un altro.

Descriveremo più in dettaglio ciascuna di tali modalità.

8.1.8.1 Conduzione

Mediante la conduzione, che è una conseguenza della legge dello scambio del calore, si ha propagazione di energia sotto forma di calore per contatto, senza spostamento di materia.

La conduzione del calore

Quando mettiamo a contatto due corpi che si trovano a temperature differenti, si verifica un trasferimento di energia sotto forma di calore **dal corpo a temperatura maggiore verso quello a temperatura minore**.

Questo trasferimento continua fino a quando i due corpi raggiungono la stessa temperatura, detta **temperatura di equilibrio**.

Il processo prende il nome di **conduzione** e richiede il contatto fisico tra le parti del materiale attraverso cui viene trasferita l'energia.

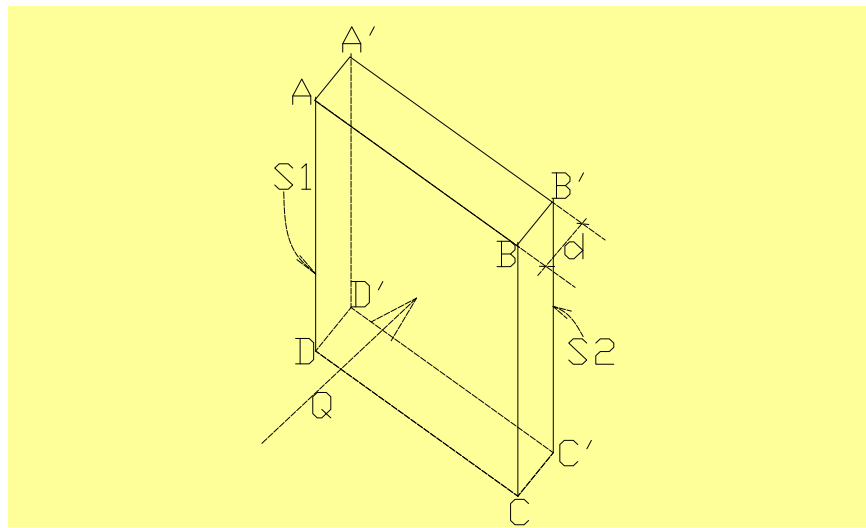
Una caratteristica fondamentale della conduzione è che il trasferimento di energia avviene **senza un trasporto complessivo di materia** da una regione all'altra.

A livello microscopico, le particelle della zona più calda possiedono, in media, una maggiore energia e trasferiscono parte di essa alle particelle delle zone più fredde. In questo modo l'energia si propaga attraverso il materiale, mentre la materia non viene trasportata insieme al calore.

La conduzione può manifestarsi anche all'interno di un unico corpo. Per esempio, se poniamo un'estremità di una **sbarra metallica** vicino a una sorgente di calore, la parte della sbarra più vicina alla sorgente si riscalda per prima. Successivamente, l'energia termica si propaga lungo la sbarra, per conduzione, raggiungendo progressivamente le regioni più lontane dalla sorgente.

I metalli, in particolare, sono generalmente buoni **conduttori di calore**, proprio perché permettono al calore di propagarsi con relativa facilità attraverso il materiale.

Immaginiamo un elemento di materia a forma di parallelepipedo, come mostrato in figura.



Sia “S” l’area della sua superficie e “d” il suo spessore. Si ipotizzi una sorgente di calore che irradia energia nella direzione indicata dalla freccia. Analizzeremo una formula empirica che descrive il passaggio di calore nell’unità di tempo attraverso l’elemento di superficie in figura.

La quantità di energia che passa da una parte all’altra nell’unità di tempo è:

1. Direttamente proporzionale all’area “S” della superficie della faccia ABCD o A'B'C'D'.
2. Direttamente proporzionale al salto di temperatura “ ΔT ”, vale a dire alla differenza fra le temperature delle due superfici ABCD e A'B'C'D'.
3. Inversamente proporzionale allo spessore “d” del parallelepipedo.
4. La costante di proporzionalità è nota come **coefficiente di conducibilità termica** e si indica con la lettera greca “ λ ”.

Traducendo quanto detto in una relazione analitica si ha:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lambda \times \frac{S \times \Delta T}{d} \quad \text{Rel 8.1.9}$$

Qual è l'unità di misura di “λ” ?

Per scoprirlo moltiplichiamo il primo ed il secondo membro della relazione 8.1.9, per la quantità “ $\frac{d}{S\Delta T}$ ”, ottenendo:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} \times \frac{d}{S\Delta T} = \lambda \frac{S\Delta T}{d} \times \frac{d}{S\Delta T}$$

Ed operando le opportune semplificazioni si ha:

$$\lambda = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \times \frac{d}{S\Delta T}$$

Il rapporto “ $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ ” è un'energia nell'unità di tempo, cioè una potenza e pertanto si misura in “W”; “d” ed “S” si misurano rispettivamente in metri ed in metri quadrati ed infine “ΔT” si misura in gradi centigradi.

Si ha pertanto:

$$[\lambda] = \frac{[W][m]}{[m^2][^{\circ}C]} = \frac{[W]}{[m][K]}$$

Il coefficiente di conducibilità termica ha le dimensioni fisiche di watt al metro al grado kelvin.

Materiale	λ [W/(m·K)] circa
Argento	430
Rame	400
Alluminio	235
Ferro	80
Acciaio	15–50
Vetro	0,8–1,0
Acqua	0,6
Legno	0,1–0,2
Polistirene espanso	0,03–0,04
Aria	0,026

Ovviamente “λ” dipende dalla sostanza di cui è composto l'elemento di materia considerato.

8.1.8.2 Convezione

La **convezione** costituisce un'altra modalità di trasferimento del calore e si verifica quando il materiale coinvolto nello scambio è un **fluido**, cioè un liquido o un gas.

Consideriamo, per esempio, una **stufa** accesa all'interno di un ambiente.

L'aria a diretto contatto con la superficie calda della stufa si riscalda inizialmente per **conduzione**. Aumentando la propria temperatura, l'aria si dilata e, a parità di massa, occupa un volume maggiore. Di conseguenza, la sua **densità diminuisce**.

L'aria calda, essendo meno densa dell'aria circostante, tende quindi a **salire**. Il volume lasciato libero viene occupato da altra aria più fredda, che a sua volta viene riscaldata dalla stufa.

Si instaura così un movimento continuo dell'aria: **l'aria calda sale, mentre quella più fredda scende**. Queste correnti, dette **correnti convettive**, permettono di distribuire l'energia termica e di riscaldare progressivamente l'intero ambiente.

La convezione non riguarda soltanto l'aria. Un esempio molto comune si osserva nell'**acqua contenuta in una pentola durante il riscaldamento**.

L'acqua a contatto con il fondo della pentola riceve energia e si riscalda inizialmente per conduzione. Riscaldandosi, si dilata e la sua densità diminuisce. L'acqua calda tende quindi a salire, mentre l'acqua più fredda, più densa, scende prendendone il posto.

Anche in questo caso si stabilisce una **corrente convettiva**, attraverso la quale il calore viene progressivamente distribuito all'interno del liquido.

Un'importante applicazione della convezione è rappresentata dagli **impianti di riscaldamento a termosifone**.

In questi impianti una caldaia, generalmente collocata nella parte bassa dell'edificio, riscalda l'acqua. L'acqua calda, diventando meno densa, tende a salire attraverso le tubazioni e raggiunge i **radiatori** presenti nei diversi ambienti.

L'acqua trasferisce energia ai radiatori e, raffreddandosi, aumenta la propria densità e tende quindi a **scendere**, ritornando verso la caldaia. Si realizza così un continuo movimento dell'acqua all'interno dell'impianto.

Anche il riscaldamento dell'ambiente segue un meccanismo analogo. L'acqua calda trasferisce energia al radiatore, che a sua volta riscalda per **conduzione** lo strato d'aria a diretto contatto con la sua superficie.

L'aria riscaldata diventa meno densa e sale, mentre l'aria più fredda scende verso il radiatore. Si instaurano così **correnti convettive nell'ambiente**, che contribuiscono alla distribuzione del calore e al riscaldamento della stanza.

È quindi importante distinguere i due fenomeni che intervengono nel processo: la **conduzione** trasferisce energia tra regioni a contatto, mentre la **convezione** comporta anche il movimento del fluido, attraverso il quale l'energia termica viene trasportata da una zona all'altra.

8.1.8.3 Irraggiamento

L'irraggiamento

L'**irraggiamento** è una modalità di trasferimento dell'energia che avviene attraverso l'emissione e l'assorbimento di **radiazione elettromagnetica**.

Ogni corpo, in funzione della propria temperatura, emette radiazione elettromagnetica e, contemporaneamente, può assorbire radiazione proveniente dall'ambiente circostante.

Una caratteristica fondamentale dell'irraggiamento è che il trasferimento di energia **non richiede la presenza di materia** e può quindi avvenire anche nel vuoto.

Un esempio particolarmente significativo è costituito dall'energia proveniente dal **Sole**, che raggiunge la Terra attraversando lo spazio quasi completamente vuoto che separa i due corpi.

Quando due corpi a temperature differenti si scambiano radiazione, entrambi emettono energia verso l'altro. Tuttavia, il corpo più caldo emette complessivamente una quantità maggiore di energia rispetto a quella che riceve. Di conseguenza, il trasferimento netto di energia avviene **dal corpo a temperatura maggiore verso quello a temperatura minore**.

Se un corpo emettesse continuamente energia senza assorbirne dall'ambiente, la sua temperatura diminuirebbe progressivamente. Nella realtà, invece, ogni corpo riceve anch'esso radiazione dall'ambiente circostante e si raggiunge una condizione di equilibrio quando l'energia emessa e quella assorbita si compensano.

La radiazione termica

Non è necessario che un corpo raggiunga temperature particolarmente elevate per emettere radiazione elettromagnetica. **Tutti i corpi a temperatura superiore allo zero assoluto emettono radiazione termica**, compresi gli oggetti che incontriamo quotidianamente, come un quaderno, una penna o un bicchiere.

La distribuzione della radiazione emessa dipende dalla temperatura del corpo. Al crescere della temperatura, lo spettro della radiazione tende a spostarsi verso **lunghezze d'onda progressivamente più brevi**.

A temperatura ambiente, la maggior parte della radiazione emessa appartiene alla regione dell'**infrarosso**, che non è direttamente visibile dall'occhio umano.

Quando la temperatura aumenta considerevolmente, una parte sempre maggiore della radiazione può collocarsi nella regione visibile dello spettro. È ciò che accade, per esempio, nel **filamento di una lampada a incandescenza**, che raggiunge temperature dell'ordine di **3000 K** e, oltre alla radiazione infrarossa, emette una significativa quantità di luce visibile.

La radiazione elettromagnetica può essere immaginata, in modo qualitativo, come una perturbazione che si propaga nello spazio. A differenza delle onde meccaniche, come le onde sulla superficie dell'acqua, **le onde elettromagnetiche non hanno bisogno di un mezzo materiale per propagarsi.**

Esse sono costituite da campi elettrici e magnetici variabili nel tempo, tra loro collegati e capaci di propagarsi anche nel vuoto.

Legame tra potenza irradiata e temperatura

La legge di Stefan-Boltzmann

È intuitivo comprendere che, aumentando la temperatura di un corpo, aumenta anche la quantità di energia che esso emette sotto forma di radiazione.

La relazione tra temperatura e **potenza irradiata**, tuttavia, non è lineare e neppure semplicemente quadratica. La potenza emessa cresce infatti molto più rapidamente: essa è proporzionale alla **quarta potenza della temperatura assoluta**, espressa in kelvin.

La potenza irradiata dipende inoltre dall'**area della superficie emittente**.

Possiamo quindi riassumere queste due dipendenze affermando che la potenza emessa da un corpo:

1. è direttamente proporzionale all'**area della superficie radiante**;
2. è direttamente proporzionale alla **quarta potenza della temperatura assoluta**.

Queste dipendenze sono descritte dalla **legge di Stefan-Boltzmann**:

$$P_{\text{emessa}} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T_{\text{corpo}}^4$$

dove:

P_{emessa} = potenza irradiata dal corpo, cioè energia emessa nell'unità di tempo;

ϵ = emissività della superficie, un numero compreso tra 0 e 1 che dipende dalle caratteristiche del materiale e della sua superficie;

σ = costante di Stefan-Boltzmann:

$$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K}^4)$$

A = area della superficie radiante [m^2];

T_{corpo} = temperatura assoluta del corpo, espressa in kelvin, [K]

È importante, tuttavia, ricordare che un corpo immerso in un ambiente non si limita a emettere radiazione: **assorbe anche una parte della radiazione proveniente dall'ambiente.**

Per questo motivo, quando vogliamo determinare la **potenza netta scambiata per irraggiamento** tra il corpo e l'ambiente, dobbiamo tenere conto anche della temperatura dell'ambiente:

$$P_{\text{netta}} = \epsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot (T_{\text{corpo}}^4 - T_{\text{ambiente}}^4)$$

In questa relazione $T_{\text{corpo}}^4 - T_{\text{ambiente}}^4$ sono entrambe temperature assolute, espresse in kelvin.

La prima relazione descrive quindi la **potenza emessa dal corpo**, mentre la seconda descrive lo **scambio netto di energia per irraggiamento** con l'ambiente.

Se il corpo è più caldo dell'ambiente, risulta:

$$T_{\text{corpo}}^4 > T_{\text{ambiente}}^4$$

e quindi **$P_{\text{netta}} > 0$** : il corpo cede all'ambiente più energia di quanta ne riceva.

Se invece il corpo e l'ambiente si trovano alla stessa temperatura, si ha:

$$T_{\text{corpo}}^4 = T_{\text{ambiente}}^4$$

e quindi:

$$P_{\text{netta}} = 0$$

In questo caso l'energia emessa dal corpo è, in media, uguale a quella assorbita dall'ambiente.

La presenza della **quarta potenza** rende particolarmente rapida la crescita della potenza irradiata al crescere della temperatura.

Per esempio, se la temperatura assoluta di un corpo **raddoppia**, mantenendo invariata la superficie e le altre condizioni, la potenza emessa diventa:

$$2^4 = 16$$

volte maggiore.

Questo mostra quanto rapidamente aumenti la potenza irradiata quando la temperatura assoluta di un corpo diventa elevata.

Esercizio 8.1.5 Soluzione 8.1.5

Un filamento di tungsteno ha una lunghezza di 5 cm ed un diametro di un millimetro.

Esso si trova all'interno di una lampada ed in condizioni di esercizio, la lampada accesa, raggiunge i 2500 °C.

Si calcoli la potenza irradiata assumendo per il numero "e" il valore di 0,5.

È necessario anzitutto calcolare l'area della superficie emittente. Indicando con "d" il diametro e con "h" l'altezza si ha:

$$S = 2 \times \pi \times \frac{d}{2} \times h = 2 \times \pi \times \frac{1 \times 10^{-3}}{2} \times 0,05 \cong 1,57 \times 10^{-4} m^2$$

Applicando la relazione precedente si ha:

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = e \sigma S T^4 = 0,5 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 1,57 \cdot 10^{-4} \cdot (2773)^4 \cong 263,17 W$$

8.1.9 Dilatazione Termica

Parlando di dilatazione termica è possibile affermare che:

Tutte le sostanze, solide liquide ed aeriformi, si dilatano quando vengono riscaldate e si contraggono quando vengono raffreddate.

Ricordiamo che una sostanza che si dilata subisce un aumento del proprio volume, al contrario se si contrae, si avrà una diminuzione di volume.

Questa regola ha delle eccezioni di cui parleremo in seguito.

Cercheremo adesso di comprendere le ragioni fisiche per cui un certo corpo, se riscaldato, subisce un aumento di volume.

Dobbiamo immaginare le molecole e gli atomi di un solido costantemente in vibrazione, vincolati da forze di tipo elettrico, se viene ceduta dell'energia, sotto forma di calore, l'energia cinetica di traslazione delle particelle aumenterà e con essa anche la distanza media fra gli atomi e le molecole.

Ciò, in termini macroscopici, si traduce in un aumento di volume.

8.1.9.1 La dilatazione lineare nei solidi.

La dilatazione lineare dei solidi

Consideriamo una barretta costituita da un determinato materiale e supponiamo di aumentarne la temperatura.

L'aumento di temperatura provoca una **dilatazione del solido**: il suo volume aumenta e, di conseguenza, aumentano anche le sue dimensioni lineari, cioè la lunghezza e lo spessore.

Nel caso di una barretta, tuttavia, la **lunghezza è generalmente molto maggiore delle altre due dimensioni**. Per questo motivo, la variazione più significativa e facilmente osservabile riguarda proprio la lunghezza.

In questo caso si parla di **dilatazione lineare di un solido**.

Consideriamo nuovamente la barretta e introduciamo la seguente simbologia:

1. l_0 = lunghezza iniziale della barretta;

2. $\Delta l = l_f - l_0$ = variazione della lunghezza, cioè l'allungamento prodotto dalla variazione di temperatura;
3. $\Delta T = T_f - T_i$ = variazione di temperatura, cioè la differenza tra la temperatura finale e quella iniziale.

L'esperienza mostra che l'allungamento della barretta dipende sia dalla sua lunghezza iniziale sia dalla variazione di temperatura.

L'allungamento Δl è direttamente proporzionale alla lunghezza iniziale l_0 .

Consideriamo, per esempio, una barretta di alluminio lunga un metro e aumentiamone la temperatura di un grado centigrado. La sua lunghezza aumenta di circa:

$$\Delta l = 24 \times 10^{-6} \text{ m}$$

Se invece la barretta fosse lunga dieci metri e subisse lo stesso aumento di temperatura, l'allungamento sarebbe dieci volte maggiore:

$$\Delta l = 10 \times 24 \times 10^{-6} \text{ m}$$

Quindi, a parità di variazione di temperatura, una barretta più lunga subisce un maggiore allungamento.

L'esperienza mostra inoltre che:

L'allungamento Δl è direttamente proporzionale alla variazione di temperatura ΔT .

Riprendiamo l'esempio precedente. Una barretta di alluminio lunga un metro, sottoposta a un aumento di temperatura di un grado centigrado, si allunga di circa:

$$24 \times 10^{-6} \text{ m}$$

Immaginiamo ora che la variazione di temperatura sia di dieci gradi centigradi, quindi dieci volte maggiore rispetto al caso precedente.

Anche l'allungamento sarà dieci volte maggiore.

Pertanto, l'allungamento Δl è direttamente proporzionale alla variazione di temperatura:

$$\Delta T = T_f - T_i$$

Le due considerazioni precedenti permettono di stabilire una relazione che lega l'allungamento Δl alla lunghezza iniziale l_0 e alla variazione di temperatura ΔT :

$$\Delta l = \lambda \cdot l_0 \cdot \Delta T$$

Relazione 8.1.11

La grandezza λ è chiamata **coefficiente di dilatazione lineare**.

Il coefficiente di dilatazione lineare dipende dal **materiale** di cui è costituita la barretta e caratterizza la sua capacità di dilatarsi quando la temperatura varia.

8.1.9.2 Il coefficiente di dilatazione lineare.

- **Come si misura il coefficiente di dilatazione lineare?**

Per risalire alle dimensioni fisiche del coefficiente di dilatazione lineare, è sufficiente considerare la relazione:

$$\Delta l = l_0 \lambda \Delta T$$

Dividendo il primo ed il secondo membro dell'ultima relazione scritta per la quantità " $l_0 \Delta T$ " si ha:

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_0 \lambda \Delta T}{l_0 \Delta T}$$

Nell'ultima relazione scritta, al secondo membro, la quantità " $l_0 \Delta T$ " compare al numeratore ed al denominatore ed è possibile "semplificare", ottenendo:

$$\lambda = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta T}$$

Facendo un'analisi delle dimensioni fisiche del coefficiente " λ " si ha:

$$[\lambda] = \frac{[m]}{[m][^{\circ}C]} = \frac{1}{[^{\circ}C]} = [^{\circ}C^{-1}]$$

Il coefficiente di dilatazione lineare " λ " ha le dimensioni fisiche dell'inverso di una temperatura (gradi centigradi alla meno uno).

- **Significato del coefficiente di dilatazione lineare.**

Sia data la relazione " $\Delta l = l_0 \lambda \Delta T$ ". Immaginiamo che la lunghezza iniziale di una sbarra metallica in alluminio sia pari ad un metro e che il salto di temperatura a cui essa è soggetta, sia pari ad un grado centigrado. L'allungamento dell'asta, applicando la formula vista, sarà allora:

$$\Delta l = l_0 \lambda \Delta T = (1m) \times (24 \times 10^{-6} C^{-1}) \times (1^{\circ}C) = 24 \times 10^{-6} m$$

Osserviamo che, nel caso contemplato, l'allungamento coincide numericamente, proprio col coefficiente di dilatazione lineare.

Il coefficiente di dilatazione lineare “ λ ”, di un certo materiale, coincide numericamente, con l’allungamento di una barra di quel materiale, avente lunghezza iniziale di un metro, quando la sua temperatura aumenta di un grado centigrado.

Sia data ancora la relazione “ $\Delta l = l_0 \lambda \Delta T$ ”. Dividiamo il primo ed il secondo membro per “ $l_0 \Delta T$ ” ottenendo:

$$\lambda = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta T}$$

Immaginiamo che il salto di temperatura a cui è soggetta l’asta, sia uguale a un grado centigrado. L’ultima relazione scritta ci suggerisce che, numericamente, il coefficiente di dilatazione lineare coincide col rapporto matematico “ $\frac{\Delta l}{l_0}$ ”. Di conseguenza è possibile affermare che

Il coefficiente di dilatazione lineare rappresenta la variazione di lunghezza di un solido, per unità di lunghezza, quando la sua temperatura varia di un grado.

Il coefficiente di dilatazione lineare dei solidi, varia con la temperatura, il rapporto “ $\Delta l/l$ ”, non sarà pertanto lo stesso se la temperatura varia di un grado, ad esempio, da 150 °C a 160 °C, oppure da 80 °C a 81 °C.

Gli esperimenti mostrano però che tale coefficiente ha delle variazioni molto piccole con la temperatura, al punto da poter essere trascurate.

8.1.9.3 Dilatazione lineare: $l = l_0 (1 + \lambda \Delta T)$.

Focalizziamo l’attenzione nuovamente sulla relazione:

$$\Delta l = l_0 \lambda \Delta T$$

Esprimiamo la quantità “ Δl ” come “ $l - l_0$ ”, sostituiamo pertanto al posto di “ Δl ”, “ $l - l_0$ ”. La precedente relazione diviene:

$$l - l_0 = l_0 \lambda \Delta T$$

Si aggiunga la quantità “ l_0 ” al primo ed al secondo membro dell’ultima relazione e si raccolga a fattore “ l_0 ” al secondo membro, si otterrà:

$$l - \cancel{l_0} + \cancel{l_0} = l_0 + l_0 \lambda \Delta T \longrightarrow l = l_0 + l_0 \lambda \Delta T = l_0 (1 + \lambda \Delta T)$$

In fine si ha:

$$l = l_0 (1 + \lambda \Delta T) \quad \textbf{Relazione 8.1.12}$$

La lunghezza finale di una barra di un certo materiale, soggetta ad un salto di temperatura “ ΔT ”, è esprimibile come prodotto della lunghezza iniziale per il termine “ $(1 + \lambda \Delta T)$ ”.

8.1.9.4 Dilatazione volumica.

Immaginiamo un corpo a forma di parallelepipedo ed indichiamo con “ a_0 ”, “ b_0 ” e “ c_0 ” le lunghezze degli spigoli ad una certa temperatura iniziale “ T_0 ”. Incrementando temperatura dell'oggetto, ciascuno degli spigoli subirà un allungamento esprimibile tramite la formula “ $l = l_0 (1 + \lambda \Delta T)$ ”.

Indicando con a_f , b_f e c_f le lunghezze finali degli spigoli, dopo aver subito il processo di allungamento, varranno le relazioni:

$$\begin{aligned} a_f &= a_0 (1 + \lambda \Delta T) \\ b_f &= b_0 (1 + \lambda \Delta T) \\ c_f &= c_0 (1 + \lambda \Delta T) \end{aligned}$$

Calcoliamo il volume finale dell'oggetto eseguendo il prodotto delle dimensioni dei tre spigoli. Si ha :

$$\begin{aligned} V_f &= a_0 (1 + \lambda \Delta T) b_0 (1 + \lambda \Delta T) c_0 (1 + \lambda \Delta T) = \\ &= a_0 b_0 c_0 (1 + \lambda \Delta T)^3. \end{aligned}$$

Notiamo che il prodotto « $a_0 b_0 c_0$ » rappresenta il volume iniziale del parallelepipedo. Sviluppiamo il cubo del binomio ricordando che :

$$(a + b)^3 = (a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2)$$

L'espressione del volume finale diverrà pertanto :

$$V_f = V_i (1 + \lambda \Delta T)^3 = V_i (1 + \lambda^3 \Delta T^3 + 3 \lambda \Delta T + 3 \lambda^2 \Delta T^2)$$

Il coefficiente di dilatazione lineare λ è un numero molto minore dell'unità, per il ferro, ad esempio, esso vale “ $12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ”. Elevando al quadrato o al cubo un siffatto numero, si ottiene un numero ancora più piccolo, sicuramente trascurabile rispetto agli altri numeri presenti nell somma.

Nel caso del ferro si avrebbe :

$$\lambda^2 = (12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})^2 = 14,4 \times 10^{-11} \text{ } ^\circ\text{C}^{-2}$$
$$\lambda^3 = (12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})^3 = 17,28 \times 10^{-16} \text{ } ^\circ\text{C}^{-3}$$

quindi $\lambda^2 \ll \lambda$; $\lambda^3 \ll \lambda$.

In ultima analisi è possibile trascurare, nell'espressione del volume finale, i termini che contengono a fattore λ^2 e λ^3 , pervenendo alla seguente espressione:

$$V_f = V_i (1 + 3 \lambda \Delta T)$$

Ed ancora ponendo $\alpha = 3 \lambda$ si ha:

$$V_f = V_i (1 + \alpha \Delta T) \quad \textbf{Relazione 8.1.13}$$

Sviluppando i prodotti nell'ultima relazione si ha:

$$V_f = V_i + V_i \alpha \Delta T$$

Sottraendo al primo ed al secondo membro la quantità « V_i » si ha:

$$V_f - V_i = V_i \alpha \Delta T \rightarrow \Delta V = V_i \alpha \Delta T$$

Indicando inoltre il volume iniziale con V_0 si ha:

$$\Delta V = V_0 \alpha \Delta T \quad \textbf{Relazione 8.1.14}$$

Tale relazione è molto simile a quella della dilatazione lineare. “ V_0 ” è il volume iniziale del solido, “ α ” è il coefficiente di dilatazione volumica ed infine “ ΔT ” è il salto di temperatura. Mettendo a confronto la relazione della dilatazione lineare e quella della dilatazione volumica osserviamo che la loro struttura è davvero identica:

dilatazione lineare $\Delta l = l_0 \lambda \Delta T$

dilatazione volumica $\Delta V = V_0 \alpha \Delta T$

La variazione di volume occupa il posto della variazione di lunghezza, il volume iniziale occupa il posto della lunghezza iniziale, il salto di temperatura ha ovviamente lo stesso significato nelle due relazioni.

Cosa dire del coefficiente di dilatazione volumica α ?

“ α ”, come osservato ricavando la precedente formula, $V_f = V_i (1 + \alpha \Delta T)$, è uguale a tre volte “ λ ”. Tale risultato è altresì confermato dagli esperimenti in merito alla dilatazione. Gli esperimenti mostrano che il coefficiente di dilatazione volumica, è il triplo del coefficiente di dilatazione lineare, vale cioè la relazione:

$$\alpha = 3 \lambda \quad \text{Relazione 8.1.15}$$

Ad esempio il coefficiente di dilatazione lineare del ferro è pari a “ $12 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ”, quello di dilatazione volumica è pari a “ $36 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ”.

Le relazioni descritte, oltre a valere per i solidi, sono valide anche per i liquidi.

In altre parole, le formule da applicare per calcolare la dilatazione di volume di un liquido, sono le medesime di quelle viste per un solido.

Il cambiamento rilevante fra un solido e un liquido, dal punto di vista della dilatazione, sta nel coefficiente di dilatazione “ α ”: i liquidi si dilatano molto di più dei solidi, i coefficienti di dilatazione di volume dei liquidi sono da dieci a cento volte maggiori di quelli dei solidi.

Ad esempio l’olio d’oliva ha un coefficiente di dilatazione volumica pari a “ $7,2 \times 10^{-4} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ ”. Occhio all’ordine di grandezza! “ 10^{-6} ” per i solidi, “ 10^{-4} ” per i liquidi.

Esercizio 8.1.1

Un'asta di ferro lunga dieci metri è soggetta ad un salto di temperatura pari a 100 °C. Si calcoli il suo allungamento.

Esercizio 8.1.2

Una sfera in alluminio ha un raggio pari a 2 cm. La temperatura iniziale è pari a 22 °C, ed essa è riscaldata fino a raggiungere una temperatura finale di 200 °C.

Si calcoli il volume iniziale ed il volume finale, alla temperatura di 200 °C della sfera in esame. Si calcoli la variazione percentuale di volume.

Soluzione 8.1.1

È noto che il coefficiente di dilatazione lineare del ferro è pari a "12 × 10⁻⁶ °C⁻¹".

Applicando la formula della dilatazione lineare si ha:

$$\Delta l = l_0 \lambda \Delta T = (10 \text{ m}) \times (12 \times 10^{-6} \text{ °C}^{-1}) \times (100 \text{ °C}) = 12000 \times 10^{-6} \text{ m} = 12000 \times 10^{-3} \text{ mm} = 12 \text{ mm}$$

Soluzione 8.1.2

Il volume iniziale della sfera sarà dato dalla relazione:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \times 2^3 \cong 33,5 \text{ cm}^3$$

Il volume finale è ottenibile dalla seguente relazione:

$$V_f = V_i (1 + \alpha \Delta T) = 33,5 (1 + 69 \times 10^{-6} 178) \cong 33,9 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V \% = \frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100 = \frac{33,9 - 33,5}{33,5} \times 100 \cong 1,2 \%$$

Esercizio 8.1.3

Una damigiana è stata riempita con una certa quantità di olio d'oliva. La temperatura iniziale della damigiana è pari a 10 °C.

Nell'arco della giornata la temperatura subisce una variazione arrivando a 38°C ed in questa situazione la quantità di liquido presente all'interno del contenitore è pari a 20,4 l.

Si calcoli la quantità di liquido presente quando la temperatura era pari a 10 °C.

Soluzione 8.1.3

È possibile risolvere il quesito avvalendosi della relazione analitica:

$$V_f = V_i(1 + \alpha\Delta T)$$

Analizzando i dati del testo si evince che l'unica incognita del quesito è il volume iniziale "Vi".

Pertanto, dividendo il primo ed il secondo membro della relazione " $V_f = V_i (1 + \alpha\Delta T)$ ", per la quantità " $1 + \alpha\Delta T$ " si ha:

$$\frac{V_f}{1 + \alpha\Delta T} = \frac{V_i}{1 + \alpha\Delta T} \times \cancel{(1 + \alpha\Delta T)} \quad ; \text{ e ancora:}$$

$$V_i = \frac{V_f}{1 + \alpha\Delta T}$$

Noto il coefficiente di dilatazione volumica dell'olio d'oliva, paria a:

$0,73 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, sostituendo i valori numerici si ha:

$$V_i = \frac{V_f}{1 + \alpha\Delta T} = \frac{20,4}{1 + 0,73 \times 10^{-3} 28} \cong 20l$$

8.1.9.5 La dilatazione delle sostanze e la vita di tutti i giorni.

Il fenomeno della dilatazione delle sostanze è presente nella vita di tutti i giorni. Basti pensare ad una damigiana che è riempita d'olio di mattina, quando la temperatura è ancora bassa. Essa può traboccare con l'aumento della temperatura se non si ha l'accortezza di riempirla in modo tale che il livello del liquido non arrivi in cima. La dilatazione termica dei materiali crea seri inconvenienti in molte applicazioni tecnologiche. I binari di una strada ferrata, ad esempio, sono composti di elementi metallici



con sezione a forma di T, che si susseguono l'uno dopo l'altro, opportunamente fissati da viti. I progettisti lasciano sempre un certo spazio fra un elemento ed il successivo, proprio per tenere conto del fenomeno della dilatazione

lineare. Le varie parti metalliche, dilatandosi all'aumentare della temperatura, se fossero accostate fra loro senza alcun margine di spazio, entrerebbero in contatto creando delle tensioni che potrebbero danneggiare la strada ferrata.

Un'altra situazione in cui è necessario tenere conto del fenomeno della dilatazione, è sicuramente quella in cui si progettano e costruiscono dei ponti.

Un ponte è composto di più elementi detti campate,



montate una di seguito all'altra. In fase di progettazione e di costruzione, anche in questo caso, è necessario lasciare un certo spazio fra una campata e la successiva

in modo tale che esse, dilatandosi, non si tocchino compromettendo la stabilità del ponte.

La precisione di un orologio meccanico è limitata proprio dal

fatto che le sue parti mobili sono soggette al fenomeno della dilatazione termica e pertanto variano leggermente il loro volume al variare della temperatura. Per ridurre questi inconvenienti, nella costruzione di strumenti di precisione si utilizzano leghe con coefficienti di dilatazione termica molto piccoli.

Riscaldando un oggetto di vetro in modo non uniforme esso si rompe, come può accadere ad un bicchiere posto a contatto della fiamma di un fornello. In tale situazione, infatti, si dilaterrebbe di più la parte vicina alla fonte di calore e di meno quella più lontana causando la rottura dell'oggetto. Al contrario se il riscaldamento dello stesso bicchiere avvenisse in modo uniforme, per esempio immergendolo in bagno d'acqua, non si avrebbe la rottura. I vetri speciali, come il pirex, usati per le pentole resistenti



al fuoco, sono caratterizzati da coefficienti di dilatazione termica, minori di quello del vetro comune. La seguente tabella mostra, infatti, che il coefficiente di dilatazione di un vetro comune è pari a 8×10^{-6}

$^{\circ}\text{C}^{-1}$, mentre quello di un vetro pirex è pari a $3 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

COEFFICIENTI DILATAZIONE LINEARE

MATERIALE	Coefficiente λ ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)
Acciaio al carbonio	0.000012
Acciaio inox austenitico	0.000017
Acciaio inox martensitico	0.000011
Acciaio inox ferritico	0.000010
Alluminio	0.000024
Alluminio (leghe)	0.000023
Argento	0.000019
Bronzo	0.000018
Calcestruzzo	0.000012
Costantana	0.000015

Ferro	0.000012
Ghisa	0.000010
Gomma dura	0.000077
Grafite	0.000003
Granito	0.000009
Legno (parallelamente alle fibre)	0.000004
Legno (trasversalmente alle fibre)	0.000058
Marmo	0.000007
Mattoni	0.000006
Oro	0.000014
Ottone	0.000019
Piombo	0.000029
Platino	0.000009
Poliammide (nylon)	0.000100
Polietilene	0.000020
Polipropilene	0.000016
Poliuretano (hard)	0.000125
Polistirene (hard)	0.000080
Porcellana	0.000004
PVC (hard)	0.000080
PVC (soft)	0.000020
Rame	0.000017
Silicio	0.000003
Steatite	0.000007
Titanio	0.0000086
Tungsteno	0.000005
Vetro comune	0.000008
Vetro al quarzo	0.0000005
Vetro pyrex	0.000003
Vetro temperato	0.000009